
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

Seconda prova parziale di Calcolo Numerico

21/12/2011

Esercizio 1. È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 1 & 2k \\ 0 & 2k & 1 \end{bmatrix},$$

dove k è un parametro reale. Si dica se

- (a) gli autovalori di A sono tutti reali per ogni k o se esistono valori di k per cui A ha due autovalori complessi coniugati.
- (b) Sfruttando i cerchi di Gerschgorin di A si dia una limitazione superiore di $\rho(A)$ e del numero di condizionamento di A in norma 2.
- (c) Esistono valori di k per cui $\det A \neq 0$?

Esercizio 2. Per risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

si usa il metodo iterativo

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \frac{1}{\omega}(A\mathbf{x}_i - \mathbf{b}), \quad \omega \in \mathbf{R}.$$

- a) Per quali valori di ω il metodo è convergente?
- b) Per quale valore di ω il metodo converge più velocemente?
- c) Per un valore di ω per cui vi è convergenza si calcoli $\mathbf{x}^{(1)}$ a partire da $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$.

Esercizio 3. In quanti sottointervalli va suddiviso l'intervallo di integrazione affinché l'errore di troncamento che si commette approssimando con la formula dei trapezi l'integrale

$$\int_0^1 \log(1+x^2) dx$$

sia minore, in modulo, di 10^{-6} .