
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

23/01/2017

Esercizio 1 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$1 + x + x^2 = \frac{1 - x^3}{1 - x}, \quad x \neq 0.$$

- (a) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
- (b) Si confrontino i due algoritmi dal punto di vista della stabilità numerica.

Esercizio 2 È data la funzione $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$.

- (a) Si dica quante e quali sono le soluzioni reali dell'equazione $f(x) = 0$.
- (b) Si studi la convergenza, compresa scelta del punto iniziale e ordine di convergenza, del metodo delle tangenti alle soluzioni di $f(x) = 0$.
- (c) Si studi la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$ con $g(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + x^2 \right)$.

Esercizio 3 È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2k & 0 \\ -k & 1 & k \\ 0 & 2k & 1 \end{bmatrix},$$

dove k è un parametro reale. Al variare di k :

- (a) si studi la convergenza dei metodi di Jacobi e Gauss-Seidel;
- (b) si studi la convergenza del metodo associato alla decomposizione $A = M - N$, dove

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 2k & 1 \end{bmatrix};$$

- (c) si mettano in relazione le velocità di convergenza dei tre metodi con i raggi spettrali delle matrici di iterazione.

Esercizio 3 È data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2-x}.$$

- (a) Si determini il polinomio $p(x)$ che interpola $f(x)$ nei nodi $-1, 0, 1$.
- (b) Si studi il resto di interpolazione $r(x) = f(x) - p(x)$.