
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

SECONDA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

26/5/2016

Esercizio 1 È data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 8 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 12 & 4/3 \\ 0 & 2/3 & 2/3 & -2 \end{pmatrix}.$$

Sfruttando i teoremi di Gerschgorin:

- (a) si dica quanti sono al più gli autovalori non reali di A , e per gli eventuali autovalori reali si diano degli intervalli che li contengono;
- (b) si individuino due costanti $\alpha, \beta \geq 0$ tali che $\alpha \leq \rho(A) \leq \beta$, dove $\rho(A)$ è il raggio spettrale di A ;
- (c) si dia una limitazione inferiore per $\lambda_{\min} = \min_i \{|\lambda_i|\}$;
- (d) si dica se è possibile che $\det(A) = 0$.

Esercizio 2 È dato il sistema lineare $Ax = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\alpha \\ \alpha & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

- (a) Si dica per quali valori di α la matrice è invertibile.
- (b) Per tali valori di α si studi la convergenza dei metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel.
- (c) Si studi la convergenza del metodo iterativo definito dalla decomposizione $A = M - N$ con

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (d) Esistono valori di α per i quali tutti e tre i metodi risultano convergenti? Per tali valori si confrontino i raggi spettrali delle matrici di iterazione. Quale metodo è preferibile dal punto di vista della convergenza?

Esercizio 3 Sono dati la funzione $f(x) = \exp(x) - 1$ e i nodi $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$.

- (a) Si scriva il polinomio $p(x)$ di interpolazione.
- (b) Si dia una maggiorazione del modulo del resto nell'intervallo $[x_0, x_2]$.