
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
Prova scritta di Calcolo Numerico
3/7/2012

Esercizio 1. È data la funzione

$$f(x) = \frac{2x - 1 - \sqrt{x}}{x - 1} \quad \text{per } x \in (1, 2].$$

Si studino il condizionamento e la stabilità del calcolo della funzione nell'ipotesi che \sqrt{x} per x numero di macchina venga calcolata da una funzione di libreria con un errore limitato in modulo dalla precisione di macchina.

Esercizio 2. Sono date le due funzioni

$$g(x) = \frac{\log 0.8}{\log x}, \quad h(x) = 0.8^{1/x}.$$

Si dica se le due equazioni

$$x = g(x), \quad x = h(x)$$

sono equivalenti e si studi la convergenza dei due metodi

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad x_{i+1} = h(x_i).$$

Esercizio 3. Per risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

si usa il metodo iterativo

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \frac{1}{\omega}(A\mathbf{x}_i - \mathbf{b}), \quad \omega \in \mathbf{R}.$$

Si dica per quali valori di ω il metodo è convergente (suggerimento: uno degli autovalori di A è uguale a 1).

Esercizio 4. Sono dati i tre punti $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(2, 0)$. Si verifichi che il polinomio

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$$

passa per i tre punti assegnati e si dica se esiste una funzione $f(x)$ di cui $p(x)$ è il polinomio di interpolazione. Se si utilizzasse $p(x)$ per approssimare sull'intervallo $[0, 2]$ la funzione $f(x)$ identicamente nulla, quale sarebbe il massimo modulo dell'errore commesso?