
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

3/7/2013

Esercizio 1 Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x) = (x+1)^3$ per $x \in (-1, 0)$. Per calcolare $f(x)$ si può applicare uno dei due algoritmi

$$f(x) = (x+1)(x+1)(x+1), \quad f(x) = ((x+3)x+3)x+1.$$

Si dica quale dei due è preferibile dal punto di vista della stabilità.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$x = g(x), \quad g(x) = \frac{e^{-x} + kx}{1+k}, \quad \text{per } k \geq 0.$$

- Si dimostri che l'equazione ammette una sola soluzione reale $\alpha \in [1/2, 1]$ non dipendente dal parametro k .
- Si studi la convergenza locale del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$ al variare del parametro k . In particolare se ne studi l'ordine di convergenza.
- Si studi la convergenza del metodo iterativo a partire da $x_0 = 1$ nei casi $k = 0$ e $k = 1$.

Esercizio 3 Si verifichi che

$$\|\mathbf{x}\| = |x_1 - x_2| + \|\mathbf{x}\|_\infty$$

è una norma per $x \in \mathbf{R}^n$. Per il caso $n = 2$ si rappresenti nel piano cartesiano l'insieme dei punti \mathbf{x} tali che $\|\mathbf{x}\| = 1$.

Esercizio 4 Si studi la convergenza del metodo di Gauss-Seidel applicato al sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ di ordine $n = 4$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1/4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1/4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}.$$