

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

3/7/2013

**Esercizio 1** Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x) = (x+1)^3$  per  $x \in (-1, 0)$ . Per calcolare  $f(x)$  si può applicare uno dei due algoritmi

$$f(x) = (x+1)(x+1)(x+1), \quad f(x) = ((x+3)x+3)x+1.$$

Si dica quale dei due è preferibile dal punto di vista della stabilità.

**Esercizio 2** Si consideri l'equazione

$$x = g(x), \quad g(x) = \frac{e^{-x} + kx}{1+k}, \quad \text{per } k \geq 0.$$

- Si dimostri che l'equazione ammette una sola soluzione reale  $\alpha \in [1/2, 1]$  non dipendente dal parametro  $k$ .
- Si studi la convergenza locale del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$  al variare del parametro  $k$ . In particolare se ne studi l'ordine di convergenza.
- Si studi la convergenza del metodo iterativo a partire da  $x_0 = 1$  nei casi  $k = 0$  e  $k = 1$ .

**Esercizio 3** Si verifichi che

$$\|\mathbf{x}\| = |x_1 - x_2| + \|\mathbf{x}\|_\infty$$

è una norma per  $x \in \mathbf{R}^n$ . Per il caso  $n = 2$  si rappresenti nel piano cartesiano l'insieme dei punti  $\mathbf{x}$  tali che  $\|\mathbf{x}\| = 1$ .

**Esercizio 4** Si studi la convergenza del metodo di Gauss-Seidel applicato al sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  di ordine  $n = 4$ , dove

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1/4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1/4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}.$$