

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

3/9/2008

**Esercizio 1** Dati due numeri positivi  $a$  e  $b$  tali che  $a^2 > b$ , siano  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  le ascisse dei punti di intersezione della parabola  $y = x^2 - 2ax + b$  con l'asse delle  $x$ . Si studi il condizionamento del calcolo di  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .

**Esercizio 2** È data l'equazione

$$x = g(x), \quad \text{dove} \quad g(x) = 2 \log x + \frac{1}{x}.$$

- Si verifichi che non vi sono altre soluzioni reali oltre alla soluzione  $\alpha = 1$ .
- Si studi la convergenza ad  $\alpha$  del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$ .
- Si studi la convergenza del metodo delle tangenti applicato all'equazione  $x - g(x) = 0$ .

**Esercizio 3** È dato il sistema lineare  $Ax = b$  di ordine  $n > 3$ , in cui gli elementi di  $A$  sono

$$a_{i,j} = \begin{cases} \alpha & \text{se } i = j, \\ \beta & \text{se } |i - j| = 1, \\ \gamma & \text{se } |i - j| = n - 1, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

con  $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$ . Si dica qual è il numero di operazioni additive e moltiplicative richieste dal metodo di Gauss per calcolare la soluzione del sistema nell'ipotesi che non siano richiesti scambi di righe.

**Esercizio 4** Si consideri la successione generata dalla ricorrenza

$$y_i = y_{i-1} + i, \quad \text{con } y_0 = 0.$$

Usando la formula di Lagrange, si costruisca il polinomio di interpolazione dei primi 3 elementi della successione e si verifichi che tale polinomio fornisce il valore di  $y_i$  per tutti gli interi  $i$ .