Cognome Nome Matricola Firma

Corso di Laurea in Informatica

PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

5/11/2008

Esercizio 1 Sono dati i due numeri

$$x_1 = \frac{1}{11}, \quad x_2 = \frac{1}{11+k}, \quad \text{con } k \text{ intero} > 0.$$

(a) Per $k = 2$ si dica quanto deve essere al minimo t affinché rappresentando i due numeri nell'insieme $\mathcal{F}_{(2,t,6,5)}$ si ottengano $\widetilde{x}_1$ e $\widetilde{x}_2$ tali che posto $\widetilde{z} = \widetilde{x}_1 \ominus \widetilde{x}_2$ il valore calcolato della differenza, si abbia $\widetilde{z} \neq 0$.

(b) Per $t = 5$ si dica quale deve essere al minimo k affinché rappresentando i due numeri nell'insieme $\mathcal{F}_{(2,t,6,5)}$ si ottengano $\widetilde{x}_1$ e $\widetilde{x}_2$ tali che posto $\widetilde{z} = \widetilde{x}_1 \ominus \widetilde{x}_2$ il valore calcolato della differenza, si abbia $\widetilde{z} \neq 0$.

In ciascuno dei 2 punti precedenti si considerino sia il caso del troncamento che quello dell'arrotondamento.

Esercizio 2 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = 1 - \frac{1}{1+kx} = \frac{kx}{1+kx}, \quad \text{con } k \text{ intero} > 0, \quad \text{per } x \in \Big(-\frac{1}{k}, 0\Big).$$

(a) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.

(b) Si confrontino i due errori algoritmici.

Esercizio 3 Sono date le due funzioni

$$f_1(x) = \sin 2x \quad \text{e} \quad f_2(x) = -\log x.$$

(a) Quante soluzioni ha l'equazione $f_1(x) - f_2(x) = 0$ nell'intervallo $\mathcal{I} = [\pi/12, \pi]$?

(b) Si può applicare il metodo di bisezione all'intervallo $\mathcal{I}$ per approssimare una di queste soluzioni? In caso affermativo si dica quale soluzione verrebbe approssimata e quante iterazioni sarebbero necessarie per ottenere un'approssimazione con errore relativo maggiorato da 10^{-4}.

(c) Sia α la minore fra le soluzioni in $\mathcal{I}$. Si individui un intervallo $\mathcal{K} \subset \mathcal{I}$ di separazione di α tale che il metodo delle tangenti applicato ad un qualsiasi punto x_0 di $\mathcal{K}$ converga ad α.