Compito **A**

Cognome Nome Matricola Firma

Corso di Laurea in Informatica

PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

5/11/2013

Esercizio 1 Sono dati i due numeri

$$x_1 = 100, \quad x_2 = 100 + k, \quad \text{con } k \text{ intero} > 0.$$

(a) Per $k = 2$ si dica qual è il minimo valore di t affinché operando nell'insieme $\mathcal{F}_{(2,t,8,7)}$ con arrotondamento si ottengano due numeri di macchina $\widetilde{x}_1$ e $\widetilde{x}_2$ tali che posto $\widetilde{z} = \widetilde{x}_1 \oslash \widetilde{x}_2$ il valore calcolato del quoziente, si abbia $\widetilde{z} \neq 1$.

(b) Per $t = 5$ si dica qual è il minimo valore di k affinché operando nell'insieme $\mathcal{F}_{(2,t,8,7)}$ con arrotondamento si ottengano $\widetilde{x}_1$ e $\widetilde{x}_2$ tali che posto $\widetilde{z} = \widetilde{x}_1 \oslash \widetilde{x}_2$ il valore calcolato del quoziente, si abbia $\widetilde{z} \neq 1$.

Esercizio 2 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = \frac{x-1}{x^3}\,(x^2 + x + 1) = 1 - \frac{1}{x^3}, \quad \text{per } x \neq 0, x \neq 1.$$

(a) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.

(b) Si confrontino i due errori algoritmici.

Esercizio 3 È data la funzione

$$f(x) = x^3 - (k+1)x^2 + k, \quad \text{per} \quad k > 0.$$

(a) Per quali valori del parametro k l'equazione ha una soluzione reale $\alpha = 1$? Per quali valori di k l'equazione ha un'unica soluzione reale α, $\alpha = 1$? Per quali valori di k l'equazione ha tre soluzioni reali $\beta < \alpha < \gamma$?

(b) Nel caso particolare $k = 1$ si studi la convergenza del metodo delle tangenti alle tre soluzioni.

(c) Nel caso particolare $k = 1$ si studi la convergenza alle tre soluzioni del metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove} \quad g(x) = x - \frac{f(x)}{x^2}.$$

Compito **B**

Cognome Nome Matricola Firma

Corso di Laurea in Informatica

PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

5/11/2013

Esercizio 1 Sono dati i due numeri

$$x_1 = 50, \quad x_2 = 50 + k, \quad \text{con } k \text{ intero} > 0.$$

(a) Per $k = 2$ si dica qual è il minimo valore di t affinché operando nell'insieme $\mathcal{F}_{(2,t,8,7)}$ con arrotondamento si ottengano due numeri di macchina $\widetilde{x}_1$ e $\widetilde{x}_2$ tali che posto $\widetilde{z} = \widetilde{x}_1 \oslash \widetilde{x}_2$ il valore calcolato del quoziente, si abbia $\widetilde{z} \neq 1$.

(b) Per $t = 5$ si dica qual è il minimo valore di k affinché operando nell'insieme $\mathcal{F}_{(2,t,8,7)}$ con arrotondamento si ottengano $\widetilde{x}_1$ e $\widetilde{x}_2$ tali che posto $\widetilde{z} = \widetilde{x}_1 \oslash \widetilde{x}_2$ il valore calcolato del quoziente, si abbia $\widetilde{z} \neq 1$.

Esercizio 2 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)(x^2+x+1)} = 1 + \frac{1}{x^3-1}, \quad \text{per } x \neq 0, x \neq 1.$$

(a) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.

(b) Si confrontino i due errori algoritmici.

Esercizio 3 È data la funzione

$$f(x) = kx^3 + (k+1)x^2 - 1, \quad \text{per} \quad k > 0.$$

(a) Per quali valori del parametro k l'equazione ha una soluzione reale $\alpha = -1$? Per quali valori di k l'equazione ha un'unica soluzione reale α, $\alpha = -1$? Per quali valori di k l'equazione ha tre soluzioni reali $\beta < \alpha < \gamma$?

(b) Nel caso particolare $k = 1$ si studi la convergenza del metodo delle tangenti alle tre soluzioni.

(c) Nel caso particolare $k = 1$ si studi la convergenza alle tre soluzioni del metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove} \quad g(x) = x - \frac{f(x)}{x^2}.$$