

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

5/11/2015

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x)$  espressa nelle due forme

$$f(x) = 1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}, \quad x \in (0, 2\pi).$$

- (a) Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$ .
- (b) Si confrontino i due errori algoritmici assumendo che le funzioni trigonometriche siano calcolate con funzioni di libreria.

**Esercizio 2** È data l'equazione  $x^3 - 2x + 2 = 0$ .

- (a) Si dica quante soluzioni ha l'equazione.
- (b) Si studi la convergenza del metodo delle tangenti.
- (c) Si dica in particolare come si comporta il metodo quando si assume come punto di partenza  $x_0$  uno dei seguenti:  $-2$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ .

**Esercizio 3** Sono date le due matrici

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 10 & 2 \\ 0 & 2 & 16 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

- (a) Senza calcolarli esplicitamente, si dica quanti autovalori reali ha la matrice  $A$ .
- (b) Sfruttando i cerchi di Gerschgorin di  $A$ , si diano delle limitazioni degli autovalori.
- (c) Sfruttando i cerchi per righe e per colonne di Gerschgorin di  $B = DAD^{-1}$ , si diano delle limitazioni degli autovalori. Confrontando le limitazioni ottenute, cosa si può dire degli autovalori di  $A$ ?

**Esercizio 4** Sia  $\alpha$  un parametro reale,  $0 < \alpha \leq \pi/2$ .

- (a) Si scriva il polinomio  $p_\alpha(x)$  di interpolazione della funzione  $f(x) = \cos(x)$  sui nodi  $x_0 = -\alpha$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \alpha$ .
- (b) Si calcoli

$$\max_{x \in [-\pi/2, \pi/2]} \lim_{\alpha \rightarrow 0} |r_\alpha(x)|$$

dove  $r_\alpha(x) = f(x) - p_\alpha(x)$ .