
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
Prova scritta di Calcolo Numerico
6/9/2012

Esercizio 1. È data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1-x^2} = \frac{\sqrt{1-x^4}}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{per } |x| \leq 1.$$

Quale delle due espressioni dà un algoritmo più stabile?

Esercizio 2. Il luogo \mathcal{L} dei punti (x, y) tali che $x^2 + y^2 = 1$ è una circonferenza. Se si interseca \mathcal{L} con la retta $y = kx$, con $k > 0$, si trovano due punti (α, β) e $(-\alpha, -\beta)$, simmetrici rispetto all'origine.

- (1) Scrivere un'equazione algebrica $f(x) = 0$ di cui α e $-\alpha$ sono soluzioni.
- (2) Ricavare dall'equazione un metodo iterativo della forma

$$x_{i+1} = g(x_i).$$

Esistono valori di k per cui il metodo è convergente ad α ?

Esercizio 3. È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

- (1) Esprimere l'elemento $a_{i,j}$ come funzione di i e di j .
- (2) Trovare due numeri α e β tali che la terza riga di A sia uguale alla somma della prima riga moltiplicata per α e della seconda riga moltiplicata per β . Cosa si può dire allora del determinante di A ?
- (3) Scrivere il polinomio caratteristico di A e trovare gli autovalori e gli autovettori.

Esercizio 4. Scrivere l'equazione della parabola $y = p(x)$ che passa per i tre punti della circonferenza \mathcal{L} dell'esercizio 2 di ascissa $-1/2, 0, 1/2$ e ordinata positiva. Se si usasse questa parabola come approssimazione della parte di ordinata positiva di \mathcal{L} (per $|x| \leq 1$), che errore massimo si commetterebbe?