
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

7/07/2010

Esercizio 1 Si studino il condizionamento e la stabilità del calcolo della funzione

$$f(x) = \sqrt{x} - \frac{x}{2}(3-x), \quad \text{per } x > 0$$

(nell'ipotesi che \sqrt{x} per x numero di macchina venga calcolata da una funzione di libreria con un errore limitato in modulo dalla precisione di macchina).

Esercizio 2 È data l'equazione

$$f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{2}(3x - x^2) = 0.$$

- Si disegni il grafico di $f(x)$ e si dica quante soluzioni ha l'equazione.
- Si determinino tutti i punti di massimo, di minimo e di flesso della $f(x)$.
- Per ogni $x \in (0, 2]$ si dica qual è il comportamento della successione generata dal metodo delle tangenti applicato a partire da x (convergenza e ordine).

Esercizio 3 Data una matrice A si definisce \sqrt{A} una matrice tale che moltiplicata per se stessa dà la A . Per calcolare una \sqrt{A} nel caso in cui A sia diagonalizzabile si può applicare il seguente algoritmo:

- costruire una matrice S invertibile e una D diagonale, tali che $A = SDS^{-1}$,
- costruire una matrice B diagonale tale che $B^2 = D$,
- costruire $\sqrt{A} = SBS^{-1}$.

- Quale condizione deve essere verificata affinché \sqrt{A} sia reale?
- Si applichi l'algoritmo al caso della matrice

$$A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 58 & 10 \\ 15 & 33 \end{bmatrix}.$$

- Oltre a quella trovata, esistono altre matrici \sqrt{A} ?

Esercizio 4 a) Data la funzione $f(x) = \sqrt{x}$ e i due nodi $x_0 = 0$ e $x_1 = 1$, si determinino i coefficienti del polinomio $p(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ tale che $p(x_0) = f(x_0)$, $p(x_1) = f(x_1)$ e $p'(x_1) = f'(x_1)$.

- Si scriva il polinomio $q(x)$ di Taylor di secondo grado della $f(x)$ di centro x_1 .
- Si dica quale dei due approssima meglio la $f(x)$ per $x \in [0, 1]$, cioè si confrontino $\max_{x \in [0,1]} |f(x) - p(x)|$ e $\max_{x \in [0,1]} |f(x) - q(x)|$.