

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

7/02/2008

**Esercizio 1** Per calcolare la funzione  $f(x) = x - \sin x$  in un punto  $x \in (0, 1/10)$  si usa l'approssimazione

$$g(x) = \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!}.$$

- a) Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$ .
- b) Si dia una maggiorazione del modulo dell'errore analitico relativo.

**Esercizio 2** Data l'equazione

$$f(x) = x - \sin x = 0,$$

si studi la convergenza alla soluzione  $\alpha = 0$  dei seguenti metodi iterativi:

- a)  $x_{i+1} = \sin x_i$ ,
- b) metodo delle tangenti,
- c\*)  $x_{i+1} = x_i - 3 \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$  (sugg. si studi il  $\lim_{x \rightarrow \alpha} g'(x)$ ).

**Esercizio 3** La seguente disuguaglianza

$$|\mathbf{x}^T \mathbf{y}| \leq \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|$$

non vale per tutte le norme.

- a) La si verifichi per la norma 2 in  $\mathbf{R}^2$ .
- b) La si verifichi per la norma 1 tenendo conto delle relazioni fra norma 2 e norma 1.
- c) Si dia un controesempio in  $\mathbf{R}^2$  che dimostri che la relazione non vale in norma infinito.

**Esercizio 4** Di una funzione  $f(x)$  sono noti i valori nei nodi  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$  e  $x_2$ .

- a) Si scriva il corrispondente polinomio  $p(x)$  di interpolazione, ricavandone i coefficienti tramite la risoluzione del sistema lineare  $V\mathbf{a} = \mathbf{f}$  in cui  $V$  è una matrice di Vandermonde.
- b) Se per risolvere il sistema si volesse usare il metodo di Jacobi, come dovrebbe essere scelto il punto  $x_2$  affinché il metodo fosse convergente?