

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

7/9/2011

**Esercizio 1** Si vuole approssimare la funzione  $f(x) = \tan x$  per  $|x| < \pi/4$  con il polinomio  $p(x)$  di grado 1 ottenuto dalla formula di Taylor di centro  $x_0 = 0$ . Si dica se il problema del calcolo di  $f(x)$  è ben condizionato e si studi l'errore analitico commesso con l'approssimazione di  $f(x)$  con  $p(x)$ .

**Esercizio 2** Si studi la convergenza del metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove} \quad g(x) = \frac{x^2 - 1}{2 \log x}, \quad \text{per} \quad x > 0.$$

**Esercizio 3** Sia  $A$  una matrice di ordine  $n$  di elementi

$$a_{i,j} = \begin{cases} 2, & \text{per } i = j, \\ 1, & \text{per } i < j, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- La matrice ha predominanza diagonale in senso stretto?
- I metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel, applicati ad un sistema con  $A$  come matrice dei coefficienti, sono convergenti? Quali differenze vi sono fra i due metodi?
- I metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel, applicati ad un sistema con  $A^T$  come matrice dei coefficienti, sono convergenti? Quali differenze vi sono fra i due metodi?

**Esercizio 4** Data la funzione  $f(x) = x^5$ , si scriva il polinomio  $p_1(x)$  di interpolazione nei nodi  $x_0 = -1$ ,  $x_1 = 0$  e  $x_2 = 1$ . Che errore si commette se si approssima

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \quad \text{con} \quad \int_{-1}^1 p_1(x) dx?$$

Si ripeta il calcolo con il polinomio  $p_2(x)$  di interpolazione nei nodi  $x_0 = -1$ ,  $x_1 = 0.5$  e  $x_2 = 1$ .