
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

7/9/2016

Esercizio 1 Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{\log(1+x)}{x}\right)^2 & \text{se } x \in (0, 1] \\ 1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Si dica se il problema è malcondizionato nell'intorno di qualche punto dell'intervallo $[0, 1]$.
- (b) Si studi l'errore algoritmico supponendo di calcolare il logaritmo con una funzione di libreria che introduce un errore relativo locale in modulo minore della precisione di macchina.

Esercizio 2 È data l'equazione $f(x) = 0$ con $f(x) = x - 2 \sin(x)$.

- (a) Si dia un'intervallo di separazione per l'unica soluzione positiva di $f(x) = 0$.
- (b) Si studi la convergenza locale del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$ con $g(x) = 2 \sin(x)$.
- (c) Si studi la convergenza, compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine di convergenza, dei metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$ per $g(x) = x - f(x)/3$.

Esercizio 3 Dato α , un parametro reale, sia A una matrice $n \times n$ della forma

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 - \alpha & \text{se } i = j \\ -\alpha & \text{se } i \neq j. \end{cases}$$

- (a) Si individui un vettore \mathbf{u} tale che $A = I - \alpha \mathbf{u}\mathbf{u}^T$.
- (b) Si determinino i valori di α per cui A è invertibile.
- (c) Si studi la convergenza dei metodi iterativo basato sulla decomposizione $A = M - N$ con $M = I$.

Esercizio 4 Sia data la funzione $f(x) = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$, ed i nodi $x_0 = 0$ e $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$.

- (a) Si determini il polinomio che interpola la funzione $f(x)$ sui nodi x_i , $i = 0, 1, 2$.
- (b) Si dia una maggiorazione del modulo del resto d'interpolazione.