
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

8/9/2014

Esercizio 1 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} = \frac{x}{x - 1}.$$

(a) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.

(b) Si confrontino i due errori algoritmici.

Esercizio 2 Studiare la convergenza del metodo delle tangenti alla soluzione delle equazioni

$$f_1(x) = x^3 - 1 = 0 \quad \text{e} \quad f_2(x) = (x - 1)^2 = 0.$$

Indicare quali differenze presentano i due casi (scelta del punto iniziale e ordine di convergenza).

Esercizio 3 È dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Si studi la convergenza dei metodi di Jacobi e Gauss-Seidel.

Esercizio 4 È data la funzione

$$f(x) = (x - 1)^3, \quad x \in [0, 1].$$

(a) Si determinino i polinomi $p_1(x)$ che interpola $f(x)$ nei nodi $(0, \frac{1}{2}, 1)$ e $p_2(x)$ che interpola $f(x)$ nei nodi $(0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1)$.

(b) Si calcolino i massimi moduli dei due resti.

(c) Si confrontino i valori di $\int_0^1 f(x) dx$, $\int_0^1 p_1(x) dx$ e $\int_0^1 p_2(x) dx$. Si approssimi $\int_0^1 f(x) dx$ con la formula dei trapezi applicata con $N = 3$.

(d) Quanto dovrebbe essere N affinché la formula dei trapezi applicata a $f(x)$ su N punti equidistanti in $[0, 1]$ approssimi $\int_0^1 f(x) dx$ con un errore relativo maggiorato in modulo da 10^{-5} .