
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

9/02/2009

Esercizio 1 a) Si verifichi che le due forme seguenti

$$\sqrt{x - \sqrt{x^2 - 4}} \quad \text{e} \quad \sqrt{\frac{x}{2} + 1} - \sqrt{\frac{x}{2} - 1}, \quad \text{per } x \geq 2,$$

rappresentano la stessa funzione $f(x)$.

- b) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
- c) Si confrontino i due errori algoritmici, nell'ipotesi che la radice quadrata di un numero di macchina venga calcolata da una funzione di libreria con un errore limitato in modulo dalla precisione di macchina.

Esercizio 2 Si dica se il metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove } g(x) = \frac{1}{x} - 5e^{-x}$$

è convergente quando si scelga

$$(a) \quad x_0 \in [-1, -0.5] \quad (b) \quad x_0 \in [0.5, 1] \quad (c) \quad x_0 \in [0.1, 0.5].$$

Esercizio 3 Sono dati i due vettori

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si consideri la matrice P la cui i -esima colonna sia uguale a $i \mathbf{v}$.

- a) Si dica quali sono gli autovalori di P e quanto è $\rho(P)$.
- b) Si dica quali sono gli autovettori di P e se P è diagonalizzabile.
- c) Si applichi il metodo iterativo $\mathbf{x}^{(k+1)} = P\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{q}$ a partire dal vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ e calcolando le prime tre iterazioni.
- d) Che relazione c'è fra $\mathbf{x}^{(2)}$ e $\mathbf{x}^{(3)}$? Che cosa se ne deduce? Che cosa accade se si cambia vettore iniziale?

Esercizio 4 Si scriva il polinomio di interpolazione della funzione $f(x) = \cos(2\pi x)$ nei nodi $x_i = i$ per $i = 0, \dots, 3$. Si scriva il resto e se ne trovi il massimo modulo.