
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

9/1/2013

Esercizio 1 Si studi il condizionamento del calcolo della funzione

$$f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}, \quad \text{per } x \neq 0.$$

Si dica se dal punto di vista della propagazione dell'errore è preferibile calcolare $f(x)$ oppure l'espressione $(x^2 - 2)/x^2$.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$x = g(x), \quad \text{dove } g(x) = \tan \frac{x}{2} \quad \text{per } -\pi < x < \pi.$$

- (a) Si studi la convergenza del metodo delle tangenti applicato all'equazione $x - g(x) = 0$.
- (b) Si studi la convergenza del iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$.

Esercizio 3 È dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1/2 \\ 1 & -1 & -9/4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si consideri il metodo iterativo $\mathbf{x}^{(k+1)} = (A + I)\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{b}$ e si verifichi che se il metodo fosse convergente, convergerebbe a una soluzione del sistema dato. Il metodo è convergente?
- (b) I metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel sono convergenti?

Esercizio 4 (a) Si scriva il polinomio $p(x)$ di interpolazione della funzione $f(x) = \cos^2 \pi x$ nei nodi $x_0 = 0$, $x_1 = 1/4$, $x_2 = 1/3$, $x_3 = 1/2$.

(b) Si stimi l'errore commesso approssimando $f(x)$ con $p(x)$ per $x \in [0, 1/2]$ mediante un'opportuna maggiorazione del resto.