
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

9/6/2008

Esercizio 1 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = (x^2 + 2)(x + 1) = ((x + 1)x + 2)x + 2.$$

- Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
- Si confrontino i due errori algoritmici.

Esercizio 2 Data l'equazione

$$f(x) = (x - 1)(x + 1)^3 + 1 = 0,$$

che si vuole risolvere usando il metodo delle tangenti, si verifichi che vi sono solo due soluzioni reali $\alpha = 0$ e $\beta > 0$.

- Si dica, per ciascuno dei seguenti intervalli, se è possibile approssimare la soluzione indicata scegliendo come x_0 un punto qualsiasi nell'intervallo

$$\text{per } \alpha \text{ in } \mathcal{I}_1 = (-1/2, 0), \quad \mathcal{I}_2 = (0, 1/2), \quad \mathcal{I}_3 = (-3/2, -1)$$

$$\text{per } \beta \text{ in } \mathcal{I}_4 = (0, 1/2), \quad \mathcal{I}_5 = (0, 1), \quad \mathcal{I}_6 = (1/2, 3)$$

- si dica se esiste un intorno di α (rispettivamente di β) in cui sia possibile scegliere x_0 in modo da ottenere una successione convergente ad α (rispettivamente a β). In caso affermativo si dica qual è l'ordine di convergenza.

Esercizio 3 Siano n e k due interi maggiori di 1 e sia A la matrice di ordine n definita da

$$A = kI_n + \mathbf{e}_1 \mathbf{e}^T + \mathbf{e} \mathbf{e}_1^T - 2\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^T,$$

dove I_n è la matrice identica di ordine n , \mathbf{e}_1 è il primo vettore della base canonica di ordine n , \mathbf{e} è il vettore di ordine n di componenti tutte uguali a 1.

- Si costruisca la matrice G di iterazione del metodo di Gauss-Seidel,
- si dica qual è il rango di G e se ne determinino gli autovalori,
- si dica se esistono valori di k per cui il metodo di Gauss-Seidel sia convergente.

Esercizio 4 Dato un $\epsilon > 0$ si scriva, usando la formula di Lagrange, il polinomio $p(x)$ che si annulla nei punti -2 , -1 , 1 , 2 e vale ϵ in 0. Si determini

$$M = \max_{x \in [-2, 2]} |p(x)|$$

e si dica come varia M al variare di ϵ .