
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

9/06/2016

Esercizio 1 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = \tan(2x) = \frac{2 \tan(x)}{1 - \tan^2(x)}, \quad x \in (0, \pi/2), x \neq \pi/4.$$

- (a) Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
- (b) Si confrontino i due errori algoritmici assumendo che le funzioni trigonometriche siano calcolate con funzioni di libreria.

Esercizio 2 È data la funzione

$$f(x) = x(x-1)^3.$$

- (a) Si dica quante soluzioni reali ha l'equazione $f(x) = 0$.
- (b) Si studi la convergenza (compresa scelta del punto iniziale e ordine di convergenza) del metodo delle tangenti per l'approssimazione delle soluzioni.
- (c) Si studi la convergenza del metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove } g(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2$$

alle stesse soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$.

Esercizio 3 Sia A una matrice $n \times n$ definita nel seguente modo

$$a_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{per } i = j \\ 1 & \text{se } j - i = 1 \text{ o } |j - i| = n - 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- (a) Si dimostri che è possibile applicare il metodo di Gauss senza scambi di righe e si calcoli la complessità moltiplicativa in funzione di n per la riduzione a forma triangolare.
- (b) Per $n = 4$ si studi la convergenza dei metodi di Gauss-Seidel e di Jacobi.

Esercizio 4 Sia data la funzione $f(x) = x^2$, ed i nodi $x_0 = -1, x_1 = 1, x_2 = 2$.

- (a) Risolvendo un opportuno sistema lineare si determinino i coefficienti a_0, a_1, a_2 tali che, data

$$s(x) = a_0x + a_1 + \frac{a_2}{x}$$

valga $s(x_i) = f(x_i)$.

- (b) Si dimostri che vale la relazione $p(x) = x s(x)$ dove $p(x)$ è il polinomio d'interpolazione di $g(x) = x^3$ negli stessi nodi, senza calcolare esplicitamente $p(x)$.