

# CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare  
Seconda prova intermedia - A.A. 2008/2009 - 22/5/2009

NOME

COGNOME

---

**Esercizio 1** Si considerino le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ \frac{5}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \alpha & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

dove  $\alpha$  è un parametro reale.

- Si determini un valore di  $\alpha$  per cui la matrice  $B = GAG^{-1}$  abbia gli elementi  $b_{31} = b_{32} = 0$ . Che relazione c'è tra gli autovalori di  $A$  e quelli di  $B$ ?
- Tenendo conto della struttura di  $B$ , se ne calcolino il polinomio caratteristico, gli autovalori, e gli autovettori.  $B$  è diagonalizzabile?
- Che relazione c'è tra gli autovettori di  $A$  e quelli di  $B$ ?  $A$  è diagonalizzabile?

**Esercizio 2** È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}.$$

- Si applichi il teorema di Gerschgorin, sia per righe che per colonne, per ottenere una localizzazione degli autovalori  $\lambda_i, i = 1, 2, 3$ .
- Tenendo conto dei risultati ottenuti in (a):
  - $A$  può avere autovalore 4.5?
  - $A$  può avere autovalore  $-1 - i$ ?
  - $A$  può avere autovalore  $6 + \frac{1}{2}i$ ?Si dia un intervallo di appartenenza per  $\max_i |\lambda_i|$ , e si dica se l'autovalore massimo in modulo è reale.

**Esercizio 3** Di una funzione  $f(x)$  da approssimare si conoscono i valori:

$$f(-1) = -3, \quad f(0) = -1, \quad f(2) = 9, \quad f(3) = 29.$$

- Si calcolino il polinomio di interpolazione e il polinomio di regressione lineare.
- (*facoltativo*) Come deve essere modificato il valore  $f(0)$  affinché il polinomio di regressione lineare sia costante?