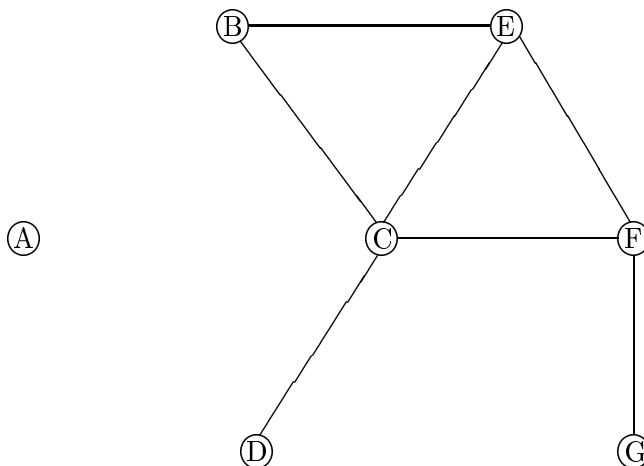


Soluzione esercizio 3

Introduciamo le variabili $x_A, x_B, x_C, x_D, x_E, x_F, x_G \in \{0, 1\}$, dove $x_A = 1$ significa che si è scelto di installare un ripetitore nella località A mentre $x_A = 0$ significa che si è scelto di non installarlo ed analogamente per le altre variabili. Volendo massimizzare il numero di ripetitori installati, la funzione obiettivo è evidentemente data dalla somma di tutte le variabili:

$$x_A + x_B + x_C + x_D + x_E + x_F + x_G.$$

Se la distanza tra due località adiacenti è maggiore od uguale a 10, installarvi due ripetitori non creerà alcuna interferenza; quindi gli archi corrispondenti a tali coppie di località possono venire non considerati; il grafo ristretto ai soli archi a rischio di interferenza è il seguente:



Per quest archi in al piú un nodo incidente può venir installato un ripetitore; ad esempio, consideriamo l'arco BC : non è possibile installare un ripetitore nella località C se ne è stato installato uno nella località B e viceversa; interpretando le variabili x_B e x_C in termini logici, ciò è espresso dalla relazione

$$x_B \implies (1 - x_C),$$

od equivalentemente in termini decisionali dalla relazione

$$x_B + x_C \leq 1.$$

Ripetendo il ragionamento per ogni altro arco a rischio di interferenza, possiamo completare la formulazione. Si osservi che il nostro problema può venir interpretato come problema di copertura, dove l'insieme N degli elementi è costituito dagli archi a rischio ($N = \{BC, BE, CD, CE, CF, EF, FG\}$) e la famiglia dei sottoinsiemi da selezionare individua gli archi a rischio incidenti in ciascun nodo: $J_A = \emptyset$, $J_B = \{BC, BE\}$, ..., $J_G = \{FG\}$.

La formulazione completa risulta essere la seguente:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_A + x_B + x_C + x_D + x_E + x_F + x_G \\ & x_B + x_C \leq 1 \\ & x_B + x_E \leq 1 \\ & x_C + x_D \leq 1 \\ & x_C + x_E \leq 1 \\ & x_C + x_F \leq 1 \\ & x_E + x_F \leq 1 \\ & x_F + x_G \leq 1 \\ & x_A, x_B, x_C, x_E, x_F, x_G \in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

Si osservi che la variabile x_A non compare in nessun vincolo, quindi la soluzione ottima avrà certamente $x_A = 1$, ovvero un ripetitore installato nella località A come del resto evidente dal grafo con i soli archi a rischio di interferenza.