Paolo e Francesca stanno programmando una gita in bicicletta al tramonto. Paolo dice per telefono a Francesca che può fare la gita se il fratello Lancillotto non si prende la bici, avendola in comproprietà. Francesca gli risponde che lei può fare la gita se riesce a finire di studiare Ricerca Operativa entro le 17 oppure se si libera da un impegno del giorno successivo per completare lo studio di una materia scientifica così importante. Ovviamente la gita potrà avvenire se e solo se entrambi gli attori sono disponibili. Se si effettuerà la gita Francesca dovrà gonfiare le gomme della sua bicicletta. Formulare mediante delle relazioni lineari l'insieme delle relazioni logiche descritte.

SVOLGIMENTO

Consideriamo le proposizioni elementari:

$g =$ "la gita viene effettuata",
$s =$ "Lancillotto prende la bicicletta",
$f =$ "Francesca finisce di studiare entro le 17",
$\ell =$ "Francesca si libera dall'impegno del giorno successivo",
$r =$ "Francesca gonfia le gomme della sua bicicletta".

Le relazioni logiche descritte nel testo sono pertanto:

$$g = (\neg s) \wedge (f \vee \ell), \tag{1}$$
$$g \implies r. \tag{2}$$

Siano $x(g), x(s), x(f), x(\ell)$ e $x(r)$ le variabili booleane corrispondenti.

La relazione logica $z = (f \vee \ell)$ può essere espressa tramite i vincoli:

$$\begin{array}{rcl} x(z) & \geq & x(f), \\ x(z) & \geq & x(\ell), \\ x(z) & \leq & x(f) + x(\ell), \end{array}$$

dove $x(z)$ è la variabile booleana corrispondente a z. Risulta inoltre $g = (\neg s) \wedge z$. Ricordando che $x(\neg s) = 1 - x(s)$, la relazione (1) può essere espressa tramite i vincoli:

$$\begin{array}{rcl} x(g) & \leq & 1 - x(s), \\ x(g) & \leq & x(z), \\ x(g) & \geq & 1 - x(s) + x(z) - 1 = x(z) - x(s). \end{array}$$

La relazione (2) può essere espressa tramite il solo vincolo:

$$x(r) \geq x(g).$$

Quindi la formulazione richiesta è data da:

$$\begin{array}{rcl} x(z) & \geq & x(f) \\ x(z) & \geq & x(\ell) \\ x(z) & \leq & x(f) + x(\ell) \\ x(g) & \leq & 1 - x(s) \\ x(g) & \leq & x(z) \\ x(g) & \geq & x(z) - x(s) \\ x(r) & \geq & x(g) \end{array}$$
$$x(g), x(s), x(f), x(\ell), x(r), x(z) \in \{0, 1\}.$$