

1) L'arbitro dell'attesissimo derby è autorizzato a sospendere l'incontro se gli spettatori invadono il campo e il prefetto vieta la prosecuzione dell'incontro per motivi di sicurezza oppure i giocatori non vogliono più giocare e il presidente della Lega autorizza la sospensione. Se l'incontro viene sospeso, il prefetto deve rapidamente organizzare l'evacuazione in sicurezza dello stadio. Formulare mediante relazioni lineari l'insieme delle relazioni logiche descritte.

## SVOLGIMENTO

Consideriamo le proposizioni elementari:

$g$  = "i giocatori vogliono giocare",  
 $\ell$  = "il presidente della Lega autorizza la sospensione",  
 $i$  = "gli spettatori invadono il campo",  
 $p$  = "il prefetto vieta la prosecuzione dell'incontro",  
 $d$  = "il derby viene sospeso",  
 $s$  = "il prefetto organizza l'evacuazione".

Le relazioni logiche descritte nel testo sono pertanto:

$$d = (i \wedge p) \vee (\neg g \wedge \ell), \quad (1)$$

$$d \implies s. \quad (2)$$

Siano  $x(g), x(\ell), x(i), x(p), x(d)$  e  $x(s)$  le variabili booleane corrispondenti.

La relazione logica  $v = (i \wedge p)$  può essere espressa tramite i vincoli:

$$\begin{aligned} x(v) &\leq x(i), \\ x(v) &\leq x(p), \\ x(v) &\geq x(i) + x(p) - 1, \end{aligned}$$

dove  $x(v)$  è la variabile booleana corrispondente a  $v$ .

Ricordando che  $x(\neg g) = 1 - x(g)$ , la relazione logica  $w = (\neg g \wedge \ell)$  può essere espressa tramite i vincoli:

$$\begin{aligned} x(w) &\leq 1 - x(g), \\ x(w) &\leq x(\ell), \\ x(w) &\geq x(\ell) + 1 - x(g) - 1 = x(\ell) - x(g), \end{aligned}$$

dove  $x(w)$  è la variabile booleana corrispondente a  $w$ .

Quindi, la relazione (1), ovvero  $d = v \vee w$ , può essere espressa tramite i vincoli:

$$\begin{aligned} x(d) &\geq x(v), \\ x(d) &\geq x(w), \\ x(d) &\leq x(v) + x(w). \end{aligned}$$

La relazione (2) può essere espressa tramite il solo vincolo:

$$x(s) \geq x(d).$$

Quindi la formulazione richiesta è data da:

$$\begin{aligned} x(v) &\leq x(i) \\ x(v) &\leq x(p) \\ x(v) &\geq x(i) + x(p) - 1 \\ x(w) &\leq 1 - x(g) \\ x(w) &\leq x(\ell) \\ x(w) &\geq x(\ell) - x(g) \\ x(d) &\geq x(v) \\ x(d) &\geq x(w) \\ x(d) &\leq x(v) + x(w) \\ x(s) &\geq x(d) \end{aligned}$$

$$x(g), x(\ell), x(i), x(p), x(d), x(s), x(v), x(w) \in \{0, 1\}.$$