Linguaggio accettato

- La funzione di transizione δ può essere estesa a $\hat{\delta}$ che opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)

Base: $\hat{\delta}(q, \epsilon) = q$

Induzione: $\hat{\delta}(q, xa) = \delta(\hat{\delta}(q, x), a)$

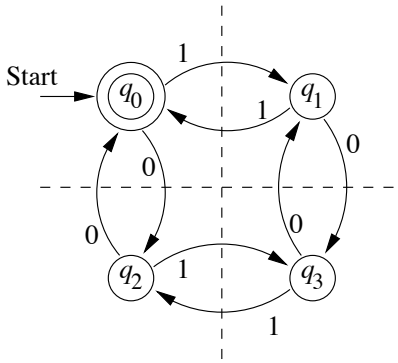
- Formalmente, il *linguaggio accettato da A* è

$$L(A) = \{w : \hat{\delta}(q_0, w) \in F\}$$

- I linguaggi accettati da automi a stati finiti sono detti *linguaggi regolari*

Esempio

Esempio: DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di zeri e un numero pari di uni



Esempio

Rappresentazione tabulare dell'automa

	0	1
$\star \longrightarrow q_0$	q_2	q_1
q_1	q_3	q_0
q_2	q_0	q_3
q_3	q_1	q_2

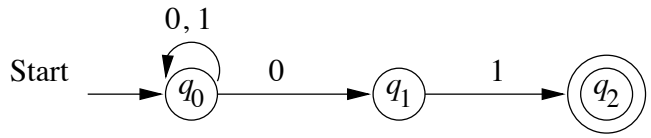
Alcuni esercizi

- DFA per i seguenti linguaggi sull'alfabeto $\{0, 1\}$:
  - Insieme di tutte le stringhe che finiscono con 00
  - Insieme di tutte le stringhe con tre zeri consecutivi
  - Insieme delle stringhe con 011 come sotto-stringa
  - Insieme delle stringhe che cominciano o finiscono (o entrambe le cose) con 01

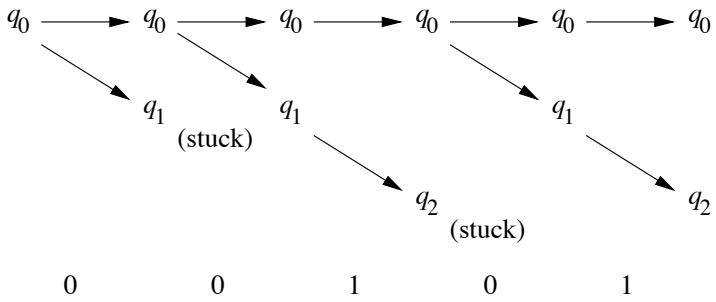
Automi a stati finiti non deterministici (NFA)

Un NFA può essere in vari stati nello stesso momento, oppure, visto in un altro modo, può "scommettere" su quale sarà il prossimo stato

Esempio: un automa che accetta tutte e solo le stringhe che finiscono in 01.



Ecco cosa succede quando l'automa elabora l'input 00101



Definizione formale di NFA

Formalmente, un NFA è una quintupla

$$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

- Q è un insieme finito di stati
- Σ è un alfabeto finito
- δ è una funzione di transizione da $Q \times \Sigma$ all'insieme dei sottoinsiemi di Q
- $q_0 \in Q$ è lo *stato iniziale*
- $F \subseteq Q$ è un insieme di *stati finali*

Esempio

L' NFA di due pagine fa è

$$(\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

dove δ è la funzione di transizione

	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$\star q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$

Esempio

Funzione di transizione estesa $\hat{\delta}$.

Base: $\hat{\delta}(q, \epsilon) = \{q\}$

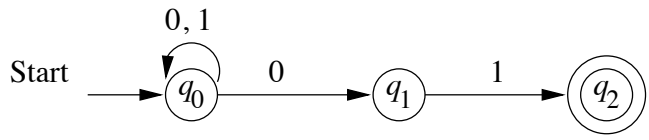
Induzione:

$$\hat{\delta}(q, xa) = \bigcup_{p \in \hat{\delta}(q,x)} \delta(p, a)$$

Esempio: Calcoliamo $\hat{\delta}(q_0, 00101)$ sulla lavagna

- Formalmente, il *linguaggio accettato da A* è

$$L(A) = \{w : \hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$$



Applichiamo la funzione di transizione estesa $\hat{\delta}$ all'input 00101:

1. $\hat{\delta}(q_0, \epsilon) = \{q_0\}$
2. $\hat{\delta}(q_0, 0) = \{q_0, q_1\}$
3. $\hat{\delta}(q_0, 00) = \delta(q_0, 0) \cup \delta(q_1, 0) = \{q_0, q_1\} \cup \emptyset = \{q_0, q_1\}$
4. $\hat{\delta}(q_0, 001) = \delta(q_0, 1) \cup \delta(q_1, 1) = \{q_0\} \cup \{q_2\} = \{q_0, q_2\}$
5. $\hat{\delta}(q_0, 0010) = \delta(q_0, 0) \cup \delta(q_2, 0) = \{q_0, q_1\} \cup \emptyset = \{q_0, q_1\}$
6. $\hat{\delta}(q_0, 00101) = \delta(q_0, 1) \cup \delta(q_1, 1) = \{q_0\} \cup \{q_2\} = \{q_0, q_2\}$

con $\{q_0, q_2\} \cap F \neq \emptyset$