

Diploma in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

11/1/2001

**Esercizio 1** Siano  $f(x) = \sqrt{x} - 4$  e  $g(x) = \frac{x - 16}{\sqrt{x} + 4}$ .

- a) Si verifichi che le due funzioni sono matematicamente equivalenti.
- b) Si studi il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .
- c) Si dica quale delle due funzioni è preferibile dal punto di vista della propagazione dell'errore (si supponga che la funzione di libreria che calcola la radice quadrata introduca un errore locale limitato in modulo dalla precisione di macchina).

**Esercizio 2** Si consideri la funzione

$$f(x) = 10x^2 - \cos x, \quad \text{per } x \geq 0.$$

- a) Si verifichi che l'equazione  $f(x) = 0$  ha una sola soluzione reale  $\alpha$ .
- b) Si studi la convergenza (compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine di convergenza) del metodo delle tangenti per l'approssimazione di  $\alpha$ .
- c) Si studi la convergenza del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$ ,  $g(x) = \frac{\cos x}{10x}$ , per l'approssimazione di  $\alpha$ .

**Esercizio 3** Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R}.$$

- a) Si individui l'insieme  $S$  dei valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  per cui  $A$  è definita positiva.
- b) Si dica se, per i valori dei parametri in  $S$ , il metodo di Gauss può essere applicato per la risoluzione di un sistema lineare con matrice  $A$  senza che siano richiesti scambi di righe.
- c) Si dica se per i valori dei parametri in  $S$  i metodi di Jacobi e Gauss-Seidel convergono e si confrontino le velocità di convergenza.

**Esercizio 4** Dalla tabella dei valori della funzione  $f(x) = \cos x$ , risulta

$$\cos(0.4) = 0.921061 \quad \cos(0.5) = 0.877583, \quad \cos(0.6) = 0.825336.$$

- a) Si determini l'approssimazione  $a_1$  di  $\cos(0.42)$  interpolando la  $f(x)$  solo nei nodi 0.4 e 0.5 e l'approssimazione  $a_2$  di  $\cos(0.42)$  interpolando la  $f(x)$  nei tre nodi 0.4, 0.5 e 0.6.
- b) Sapendo che  $\cos(0.42) = 0.913089$ , si dica quale delle due approssimazioni  $a_1$  o  $a_2$  è migliore.