
Cognome

Nome

Matricola

Firma

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

Prova scritta di **CALCOLO NUMERICO** - Corsi A-B-C

14/02/2002

Esercizio 1 È assegnato il sistema lineare

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

La precisione di macchina u è nota e si suppone che gli errori relativi sui dati ϵ_a e ϵ_b siano entrambi minori in modulo di u .

- (a) Studiare gli errori inerenti sui risultati x e y in dipendenza dai dati a e b .
- (b) Studiare la stabilità dell'algoritmo di sostituzione all'indietro.
- (c) Fornire una maggiorazione per gli errori totali sui risultati nel caso in cui a e b siano negativi.

Esercizio 2 È assegnata l'equazione $x = e^{-x} + a$ ove a è un numero reale.

- (a) Determinare per via grafica per quali valori di a l'equazione ha soluzione.
- (b) Dimostrare che per $a > -1$ il metodo $x_{i+1} = e^{-x_i} + a$ risulta localmente convergente.
- (b) Dimostrare che il metodo $x_{i+1} = e^{-x_i}$ risulta convergente quale che sia il punto iniziale x_0 .

Esercizio 3 Sia A una matrice $n \times n$. Dimostrare che per qualsiasi norma matriciale $\|\circ\|$ risulta

$$|\det A| \leq \|A\|^n.$$

(Suggerimento: considerare $\rho(A)$.)

Esercizio 4 Si vuole risolvere un sistema lineare con matrice A quadrata di ordine n avente elementi diagonali non nulli. Si pone $A = D - B - C$, ove D , B e C sono definite come per i metodi di Jacobi e Gauss-Seidel. Si intende utilizzare il metodo iterativo avente matrice di iterazione $P = M^{-1}N$ ove $M = \frac{1}{2}D - B$ e $N = -\frac{1}{2}D + C$

- (a) Per quale motivo si deve assumere che gli elementi diagonali di A siano non nulli?
- (b) Calcolare $\det(P)$.
- (c) Studiare la convergenza del metodo.

Esercizio 5

- (a) Calcolare il polinomio di interpolazione dei punti $(-1, 6)$, $(2, 0)$, $(3, 2)$.
- (b) Sfruttare il risultato in (a) per determinare il polinomio di interpolazione dei punti $(-1, 1)$, $(2, -5)$, $(3, -3)$.
- (c) Come si può generalizzare il risultato ottenuto in (b)?