

---

Cognome	Nome	Matricola	Firma
---------	------	-----------	-------

Corso di laurea in Informatica

PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO - Corsi A-B-C

6/11/2002

**Esercizio 1** Si vuole approssimare  $f(x) = \sin x - \cos x$  con il polinomio  $p(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2}$  (polinomio di Taylor di ordine 2) nell'intervallo  $I = [-\pi/8; \pi/8]$ . Si osservi che  $|\sin x - \cos x| \geq 1/2$  nell'intervallo  $I$ .

- a) Si dica se il problema del calcolo di  $f(x)$  è ben condizionato per ogni  $x \in I$ .
- b) Si studi l'errore algoritmico commesso calcolando la funzione  $p(x)$  in aritmetica finita.
- \* c) Si studi l'errore analitico relativo commesso approssimando  $f(x)$  con  $p(x)$  per  $x \in I$ .

**Esercizio 2** Si consideri la funzione

$$f(x) = x^3 - 7x + 6.$$

- a) Si verifichi che l'equazione  $f(x) = 0$  ha tre soluzioni reali  $\alpha < \beta < \gamma$ .
- b) Si studi la convergenza (compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine di convergenza) del metodo delle tangenti per l'approssimazione delle tre soluzioni.
- c) Si studi la convergenza del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$  con  $g(x) = \frac{1}{7}x^3 + \frac{6}{7}$ , per l'approssimazione delle soluzioni.

**Esercizio 3** È data l'equazione  $x^2 - 3 = 0$ . Si vuole approssimare la sua soluzione positiva con il metodo delle tangenti.

- a) Si dimostri che il metodo delle tangenti applicato a partire da  $x_0 = 4$  risulta convergente.
- b) Tenuto conto che il metodo delle tangenti risulta

$$x_{i+1} = \frac{x_i^2 + 3}{2x_i},$$

si effettuino 4 passi del metodo operando in aritmetica finita in  $\mathcal{F}(10, 2, m, M)$  con arrotondamento. Si confrontino i valori ottenuti con quelli che avremmo ottenuto operando in aritmetica esatta.