
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

17/1/2003

Esercizio 1 Si studi il condizionamento e la stabilità del calcolo di $f(x) = \sin(\alpha x)$ per $x \in \mathbf{R}$ ed α intero positivo.

Esercizio 2 Sia $f(x) = e^{x-1} - 10x - 1$.

- Si dimostri che $f(x) = 0$ ha due soluzioni reali e si individuino gli intervalli di separazione.
- Si studi la convergenza (compresa scelta del punto iniziale e ordine di convergenza) del metodo delle tangenti applicato a $f(x) = 0$.
- Si studi la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$ con

$$g(x) = \frac{1}{10} (e^{x-1} - 1),$$

per l'approssimazione delle due soluzioni.

Esercizio 3 È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 1 & 10 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Sapendo che uno degli autovalori è uguale a 1 se ne determinino gli altri due.
- Si dica per quali valori di m il metodo iterativo

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \left(I - \frac{1}{m}A\right)\mathbf{x}^{(k)} + \frac{\mathbf{b}}{m}$$

è convergente.

- * Si determini il valore di m per cui il raggio spettrale della matrice di iterazione è minimo.

Esercizio 4 Si vuole approssimare

$$S = \int_0^1 \sin(x^2) dx$$

utilizzando la formula dei trapezi. Quale è il numero di intervalli N in cui deve essere diviso l'intervallo $[0, 1]$ per approssimare S con errore assoluto in modulo minore di 10^{-4} ?