
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

4/6/2003

Esercizio 1 Sia $M = \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix}$, con $x, y \in \mathbf{R}$.

- Si studi il condizionamento della funzione $f(x, y) = \det(M)$.
- Si approssimi il valore del determinante quando $x = \pi, y = e$ operando in $\mathcal{F}(10, 2, m, M)$, assumendo $\tilde{x} = 3.1$ e $\tilde{y} = 2.7$, e si dia una maggiorazione dell'errore commesso.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione $f(x) = 0$ con

$$f(x) = \cos^2(x) - k, \quad x \in [-\pi/2, \pi/2].$$

- Si dica per quali valori del parametro k l'equazione ha almeno una soluzione reale.
- Si studi la convergenza del metodo delle tangenti applicato a $f(x) = 0$ per la determinazione della soluzione positiva quando $0 < k < 1/2$.
- Si studi la convergenza del metodo delle tangenti applicato a $f(x) = 0$ per la determinazione della soluzione positiva quando $1/2 < k < 1$.
- * Si studi la convergenza del metodo delle tangenti applicato a $f(x) = 0$ per la determinazione della soluzione positiva quando $k = 1/2$.

Esercizio 3 È data la matrice A di ordine 4 di elementi

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j, \\ -\alpha & \text{se } |i - j| = 1, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad \alpha \in \mathbf{R}.$$

- Si determini l'insieme I_1 dei valori di α per cui la matrice ha predominanza diagonale in senso stretto.
- Si determini l'insieme I_2 dei valori di α per cui il metodo di Gauss-Seidel applicato ad un sistema lineare con matrice A è convergente.
- Si dica se $I_1 \subset I_2$ oppure $I_2 \subset I_1$ oppure $I_1 = I_2$.

Esercizio 4 Sia $f(x) = x^n$, con $n \geq 4, x \in [0, 1]$. Si indichi con $p_m(x)$ il polinomio di interpolazione di grado al più m di $f(x)$ sui nodi $x_i = i/m$ con $i = 0, 1, \dots, m$.

- Si determini il polinomio $p_2(x)$.
- Per $m = n - 1$ si scriva il resto dell'interpolazione e lo si usi per determinare $p_m(x)$.
- Si scriva $p_n(x)$.