
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

10/02/2004

Esercizio 1 a) Si dica per quali $x > 0$ è ben condizionato il problema del calcolo di

$$f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{x}}.$$

b) Si studi la stabilità dell'algoritmo nell'ipotesi che la radice quadrata di un numero di macchina venga calcolata da una funzione di libreria con un errore limitato in modulo dalla precisione di macchina.

c*) Si dica con quale precisione va effettuato il calcolo affinché l'errore algoritmico sia maggiorato in modulo da 10^{-6} per ogni $x \in [0, 1/4]$.

Esercizio 2 È data l'equazione $f(x) = e^x + x^2 - 2 = 0$.

a) Si dica quante soluzioni reali ha l'equazione e se ne diano gli intervalli di separazione.

b) Si studi la convergenza del metodo delle tangenti (compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine del metodo) alle soluzioni dell'equazione.

Esercizio 3 È dato il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^4$ e $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha & 0 \\ 0 & \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Si dica per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ il metodo di Jacobi è applicabile al sistema e per quali è convergente.

b) Si consideri il sistema ottenuto da quello dato scambiando fra di loro la seconda e la terza equazione. Si risponda alla domanda del punto a) per questo nuovo sistema.

c) Si consideri il sistema ottenuto da quello dato scambiando fra di loro la prima e la quarta equazione. Si risponda alla domanda del punto a) per questo nuovo sistema.

Esercizio 4 Sia $f(x) = \sqrt{x}$.

a) Si scriva il polinomio $p_1(x)$ di interpolazione nei nodi $x_0 = 1$ e $x_1 = 4$ e si dica qual è il segno di $r_1(x) = f(x) - p_1(x)$ per $x \in [1, 4]$.

b) Si scriva il polinomio $p_2(x)$ di interpolazione nei nodi $x_0 = 16/9$, $x_1 = 9/4$ e si dica qual è il segno di $r_2(x) = f(x) - p_2(x)$ per $x \in [1, 4]$.

c*) Sfruttando $p_1(x)$ e $p_2(x)$ si determinino a e b tali che $a < \sqrt{3.5} < b$.