
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

SECONDA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

20/12/2005

Esercizio 1 Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -k \\ k & -2 \end{bmatrix},$$

Si studi il numero di condizionamento di A al variare del parametro k

1. in norma ∞
- 2.* in norma 2.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

1. Si dica se il metodo di Jacobi è convergente.
2. Si dica se il metodo di Gauss-Seidel è convergente.
3. Se entrambi i metodi convergono, quale dei due è preferibile?
4. Siano

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad N = M - A.$$

Si verifichi che il metodo iterativo $\mathbf{x}^{(k+1)} = M^{-1}N\mathbf{x}^{(k)} + M^{-1}\mathbf{b}$ non è convergente.

Esercizio 3. Sia

$$f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}, \quad \text{per } x \in [0, 2].$$

1. Si scriva il polinomio $p(x)$ di interpolazione di $f(x)$ sui nodi $x_i = i$, per $i = 0, 1, 2$.
2. Si scriva il polinomio $q(x)$ di terzo grado ottenuto troncando la serie di Taylor di $f(x)$ di centro lo 0.
3. Si maggiorino i moduli dei resti

$$r(x) = p(x) - f(x) \quad \text{e} \quad s(x) = q(x) - f(x)$$

nell'intervallo $[0, 1]$. Quale dei due polinomi è preferibile come approssimazione di $f(x)$ in questo intervallo?