

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

7/02/2005

**Esercizio 1.** Si deve calcolare la funzione  $f(x)$  definita nel modo seguente:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{2}},$$

per  $0 < x < 1$ . Si studi il condizionamento e la stabilità del calcolo di  $f(x)$ .

**Esercizio 2.** È data la funzione  $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 1$ .

- a) Sapendo che  $f(x) = 0$  ha la soluzione  $\alpha = -1/3$ , si separino le altre soluzioni dell'equazione, specificando per ciascuna di esse la molteplicità.
- b) Si indichi con  $\beta$  la maggiore delle soluzioni e si studi la convergenza ad essa del metodo delle tangenti. Si indichi in particolare quale è l'ordine del metodo e che cosa accade se come punto iniziale si sceglie uno dei seguenti:  $x_0 = 1/3$ ,  $x_0 = 1/2$ ,  $x_0 = 2$ .
- c\*) Si verifichi che l'ordine è quello indicato al punto (b), usando la definizione di ordine di convergenza di un metodo iterativo.

**Esercizio 3.** È data la matrice bidiagonale  $A$  di ordine  $n \geq 3$  i cui elementi sono  $a_{ii} = a_{i+1,i} = 1$  e il vettore  $\mathbf{b}$  i cui elementi sono  $b_i = 2$ , per  $i = 1, \dots, n$ .

- a) Si calcoli la soluzione del sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ .
- b) Si studi il condizionamento in norma  $\infty$  della matrice  $A$  al variare di  $n$ .

**Esercizio 4.** Un metodo per approssimare  $\pi$  consiste nel calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx,$$

il cui valore è  $\pi/4$ . Si dica quanto grande deve essere preso  $N$  per ottenere un errore assoluto minore di  $10^{-4}$  con la formula dei trapezi.