
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

8/02/2005

Esercizio 1 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = \sqrt{x(1-x)} = \sqrt{x-x^2}.$$

- Studiare il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
- Studiare e confrontare i due errori algoritmici.

Esercizio 2 È data l'equazione $f(x) = e^x \log x - 1 = 0$.

- Con opportuna separazione grafica, dire quante soluzioni reali ha l'equazione e disegnare il grafico di $f(x)$.
- Studiare la convergenza del metodo delle tangenti, indicando anche come scegliere il punto iniziale e qual è l'ordine di convergenza.
- Dire se l'equazione $x = g(x)$, dove $g(x) = -\log(\log x)$ è equivalente a quella data.
- Studiare la convergenza locale del metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$.

Esercizio 3 È data una matrice A di ordine $n \geq 3$ i cui elementi sono

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i < j, \\ i & \text{se } i = j, \\ 0 & \text{se } i > j. \end{cases}$$

- Per $n = 4$ calcolare gli autovalori e gli autovettori della matrice A .
- Generalizzare il risultato trovato ad n qualsiasi.
- Scrivere una matrice S tale che $A = SDS^{-1}$, dove D è una matrice diagonale.

Esercizio 4 Si vuole ottenere un'approssimazione di π utilizzando la relazione

$$\frac{\pi}{8} = \int_0^1 \sqrt{x(1-x)} dx,$$

e approssimando l'integrale con la formula dei trapezi.

- Dire come mai non è possibile sfruttare la formula del resto per trovare quanti punti occorre scegliere affinché l'errore relativo sia minore di 10^{-6} ?
- Scrivere l'approssimazione di π che si ottiene con la formula dei trapezi con $N = 10$ (non eseguire il calcolo).