



Analisi dei dati in uscita

Simulazione & Logistica, I modulo
Lezione n. 11

Corso di Laurea in Informatica Applicata
Università di Pisa, sede di La Spezia
A.a. 2008/09, I semestre



Giovanni A. Cignoni - SLo1: Simulazione - www.di.unipi.it/~giovanni/

1



Contenuti

- Risultati di un progetto di simulazione
- Esecuzioni indipendenti
- Analisi del transitorio
- Varianza dei risultati
- Esempio: l'impiegato tormentato, analisi dell'ozio



Giovanni A. Cignoni - SLo1: Simulazione - www.di.unipi.it/~giovanni/

2



Obiettivo di una simulazione

- Studiare il comportamento di un sistema
 - Dipende dai parametri del sistema
 - Dipende dalle variabili casuali del sistema
 - È descritto dai dati in uscita
- Dati in uscita, risultato grezzo della simulazione
 - Cosa sono? Come studiarli?
 - In generale e rispetto agli obiettivi di un progetto
- Costruire i dati in uscita
 - Generarli in modo controllato, almeno nei numeri
 - Interpretarli correttamente, dichiarandone i limiti



Giovanni A. Cignoni - SLo1: Simulazione - www.di.unipi.it/~giovanni/

3

Formulazione in termini di v.c.

- I dati in uscita sono variabili casuali
 - Perché variabili casuali sono usate per rappresentare alcuni dati
 - Perché il comportamento, sebbene deterministico, è complesso
 - In ogni caso si trattano come variabili casuali
 - Stessi strumenti dell'analisi dei dati in ingresso
- Equivalenza già nota
 - Sono equivalenti, n valori di X con distribuzione F e ...
 - ... i valori di X_1, \dots, X_n , tutte con distribuzione F e indipendenti
- Una simulazione, un valore
 - I valori di una v.c. durante una simulazione non sono indipendenti
 - Nella maggior parte dei casi dipendono dal tempo



Esecuzioni indipendenti

- I dati di simulazione sono variabili casuali
 - Se le v.c. che rappresentano i dati sono indipendenti lo sono anche quelle in uscita
- Eseguire n simulazioni
 - Generando i dati come variabili casuali indipendenti
 - Usando generatori uniformi di base con seme diverso
 - Usare gli n valori ottenuti come rappresentanti della v.c.
- Importanza del periodo dei generatori
 - Limite per la durata delle simulazioni
 - Limite per il numero di valori ottenibili



Comportamento a regime

- Classi di sistemi (e di problemi di simulazione)
- Sistemi con terminazione
 - Il sistema ha un tempo di esercizio definito
 - Obiettivo della simulazione: lo stato a fine esercizio
- Sistemi a regime
 - Il sistema non ha termine o è molto lontano o non ci interessa
 - Obiettivo della simulazione: lo stato a regime
- Esempio: l'impiegato tormentato e fannullone
 - La percentuale di ozio a fine giornata
 - La percentuale di ozio durante il servizio





Identificare uno stato di regime

- Condizioni iniziali
 - Diverse dalle condizioni a regime (per quanto ragionevoli)
 - Esempi: code vuote, macchine ferme, costi azzerati ...
- Cambiare le condizioni iniziali?
 - Partire da uno stato a regime
 - Ma il più delle volte non lo si conosce
 - Determinare quando il sistema è a regime
 - Un ulteriore problema della simulazione
- Impostazione dell'esperimento di simulazione
 - Identificare (se esiste) uno stato di regime
 - Usare i valori a regime per valutare gli obiettivi della simulazione



Giovanni A. Cignoni - SLo1: Simulazione - www.di.unipi.it/~giovanni/

7



Analisi del transitorio

- Determinare il numero l delle osservazioni da scartare
 - Data una sequenza $I_1, I_2, \dots, I_t, I_{t+1}, \dots, I_m$
 - Quali valori I_i con $i = 1, \dots, t$ appartengono al transitorio?
- Corretta scelta di t
 - Valori troppo bassi: la stima risente dei valori iniziali
 - Valori troppo alti: aumentano i costi di simulazione
 - Spesso si vuole conoscere quando il sistema va a regime
- Metodo generale
 - Studiare la media del valore in simulazioni indipendenti
 - Il transitorio si "riconosce" perché il valore è meno "stabile"
 - Sistemi asintotici, sistemi oscillanti, sistemi caotici



Giovanni A. Cignoni - SLo1: Simulazione - www.di.unipi.it/~giovanni/

8



Riduzione della varianza

- Ridurre la varianza per aiutare il giudizio dell'esperto
- Premessa: n simulazioni indipendenti
- Medie su n degli m valori

$$\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_m \quad \bar{Y}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{ij}$$

- Medie in un intorno di raggio k

$$j=1, \dots, k \quad \bar{Y}_j(k) = \frac{1}{2j-1} \sum_{h=-(j-1)}^{j-1} \bar{Y}_{j+h}$$

$$j=k+1, \dots, m-k \quad \bar{Y}_j(k) = \frac{1}{2k+1} \sum_{h=-k}^k \bar{Y}_{j+h}$$



Giovanni A. Cignoni - SLo1: Simulazione - www.di.unipi.it/~giovanni/

9

Variabili antitetiche

- I risultati sono considerabili v.c. indipendenti
- La media campionaria è uno stimatore dei valori
 - La varianza campionaria indica la bontà della stima
 - Parte della varianza si elimina con il transitorio
 - Aumentare il numero di simulazioni migliora la stima
- Simulazioni ad hoc per ridurre la varianza
 - Correlazioni negative nella generazione dei dati di ingresso
 - Usare U e $1-U$ come sequenze di partenza per i generatori
- Perché funziona
 - $X_1 = h(U)$ e $X_2 = h(U-1)$ sono correlate negativamente se h è monotona (vero quando si applica il metodo dell'inversa)



Esempio

- L'impiegato tormentato e fannullone
 - Studio del tempo di ozio, su due indicatori
 - Valore per una giornata lavorativa (6 ore)
 - Valore durante il servizio (finestra di 2 ore)
- Risultati e obiettivi
 - Una simulazione produce un valore solo, non significativo
 - Studiare la distribuzione, tipo, media, varianza
 - Identificare il transitorio (influisce sul secondo indicatore)
- Strumenti
 - Per la produzione dei dati
 - Per l'analisi dei dati



Esempio, dipendenza dei dati

- Dati relativi al tempo di ozio
 - Risultato della simulazione: I_1, I_2, \dots, I_m
 - Sono valori dipendenti (infatti $k > h \Rightarrow I_k > I_h$)
- Eseguire $n \times m$ simulazioni
 - Usando generatori uniformi di base con n semi diversi
 - Per avere n sequenze
 - Esecuzione 1: $I_{11}, I_{12}, \dots, I_{1m}$
 - Esecuzione 2: $I_{21}, I_{22}, \dots, I_{2m}$
 - ...
 - Esecuzione n : $I_{n1}, I_{n2}, \dots, I_{nm}$
- Indipendenti sulle colonne





Esempio: analisi dei dati in uscita

- Analisi del primo indicatore
 - Stima della percentuale di ozio giornaliera
 - Analisi dei dati di 50 esecuzioni di 6 ore
- Analisi del secondo indicatore
 - Stima della percentuale di ozio durante il servizio (finestra di 2 ore)
 - Analisi del transitorio
 - Grafico di ogni serie, della media e con varianza attenuata
 - Analisi dei dati di 10 esecuzioni per 5, per 10 min, ... fino a 6 ore
- Nota sull'efficienza
 - Evitare di eseguire $n \times m$ simulazioni a 5 minuti, 10, 15, ...
 - Come registrare dati a tempi stabiliti?



Giovanni A. Cignoni - SLo1: Simulazione - www.di.unipi.it/~giovanni/

13



Riferimenti

- M. Pidd, *Computer Simulation in Management Science*, Cap. 12.1-12.4, Wiley, 1998
- G. Gallo, *Note di Simulazione*, cap. 5



Giovanni A. Cignoni - SLo1: Simulazione - www.di.unipi.it/~giovanni/

14