

ALGORITMICA Appello del 21 Gennaio 2004

Cognome Nome:

N.Matricola:

Corso: A B C

Esercizio 1. (18 punti) È dato un vettore A di n interi, eventualmente ripetuti, ordinato in modo crescente. Si progetti un algoritmo che, ricevuto in ingresso A e un intero k , conta il numero occ di occorrenze di k in A .

1. Descrivere un algoritmo che richiede tempo $O(n)$. [punti 2]
2. Descrivere un algoritmo che richiede o tempo $O(\log n + occ)$ [punti 10] oppure tempo $O(\log n)$ [punti 12].
3. Dimostrare che l'algoritmo di complessità $O(\log n)$ è ottimo al caso pessimo [punti 4].

Esercizio 2. (12 punti) Valutare la complessità della funzione:

```
MISTERO(n)
{
  if (n < 3) return 1;
  i=n;
  x=0;
  while (i > 1) do {
    j=1;
    while (j<n) do { j = 3 * j; x = x+2; }
    i--;
  }
  x = x + MISTERO(n/3) + pow(2,MISTERO(n/3));
  return x;
}
```

ALGORITMICA Appello del 21 Gennaio 2004

Cognome Nome:

N.Matricola:

Corso: A B C

Esercizio 3. (*12 punti*) Sia dato un grafo G con n vertici e n archi non orientati, ottenuto aggiungendo un arco a un albero. Si progetti un algoritmo efficiente che trova un arco di G la cui rimozione dà origine a un albero (*nota*: non necessariamente l'albero ottenuto deve essere quello di partenza). Si valuti la complessità dell'algoritmo proposto.

Esercizio 4. (*18 punti*) Sia dato un grafo G non orientato, i cui archi sono colorati di rosso o di nero.

1. Progettare un algoritmo che stabilisce se esiste un ciclo hamiltoniano monocolore (si ricordi che un ciclo hamiltoniano è un ciclo che contiene tutti i vertici del grafo esattamente una volta) [**punti 9**].
2. Calcolare la complessità dell'algoritmo proposto [**punti 2**].
3. Si dimostri che il problema suddetto appartiene alla classe NP [**punti 5**].
4. Si consideri il caso di un grafo in cui i soli vertici, anziché gli archi, sono colorati di rosso o di nero. Discutere la complessità del problema [**punti 2**].