

ALGORITMICA Appello del 1 Giugno 2004

Cognome Nome:

N.Matricola:

Corso: A B C

**Esercizio 1.** (8 punti)

È dato un vettore  $A$  di  $n$  interi distinti, tale che esiste una posizione  $k \in [1 \dots n]$  per cui gli elementi in  $A[1 \dots k]$  sono in ordine decrescente e quelli in  $A[k + 1 \dots n]$  sono in ordine crescente, con  $A[k] < A[k + 1]$  nel caso in cui  $k \neq n$ .

1. Descrivere un algoritmo che, ricevuto in ingresso  $A$ , trova la posizione  $k$  in tempo  $O(n)$ .
2. Dimostrare che, un qualunque algoritmo che risolve il problema suddetto mediante confronti, richiede tempo  $\Omega(\log n)$  al caso pessimo. Utilizzare l'albero di decisione per ottenere tale limite inferiore al problema.
3. Descrivere un algoritmo ottimo di tipo divide-et-impera per il problema precedente. Calcolare la complessità al caso pessimo dell'algoritmo indicando, e risolvendo, la corrispondente relazione di ricorrenza.

**Esercizio 2.** (10 punti)

Dati gli interi

14, 9, 3, 5, 2, 1, 6

indicare per essi un **albero binario di ricerca**:

1. AVL [**punti 6**];
2. di altezza massima [**punti 2**];
3. di altezza minima [**punti 2**].

**Esercizio 3.** (12 punti)

Un grafo  $G = (V, E)$  non orientato è **bipartito** se  $V$  può essere partizionato in due insiemi disgiunti  $V_1$  e  $V_2$  ( $V_1 \cup V_2 = V$ ,  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ ) tali che  $(u, v) \in E$  implica che  $u \in V_1$  e  $v \in V_2$  oppure  $u \in V_2$  e  $v \in V_1$ .

Un grafo bipartito può essere alternativamente definito come un grafo in cui è possibile attribuire a ciascun vertice in  $V$  esattamente uno tra due colori in modo tale che se esiste l'arco  $(u, v) \in E$  allora  $u$  e  $v$  abbiano colori distinti.

1. Progettare un algoritmo di complessità in tempo *esponenziale*, basato sulla tecnica delle combinazioni, che stabilisce se un grafo non orientato è bipartito [**punti 6**].
2. Progettare un algoritmo di complessità in tempo *polinomiale* che stabilisce se un grafo non orientato è bipartito (suggerimento: usare un algoritmo di visita opportunamente modificato) [**punti 6**].