

# LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A–B) - a.a. 2016-2017

## SECONDO COMPITINO - 22/12/2016

**Attenzione:** Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

### ESERCIZIO 1

Assumendo che  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  e  $S$  contengano la variabile libera  $x$ , si provi che la seguente formula è valida:

$$\neg(\exists x. P \wedge (\neg S \Rightarrow \neg P)) \wedge (\forall x. Q \Rightarrow \neg R) \wedge (\exists x. \neg Q \Rightarrow P) \Rightarrow \neg(\forall x. R \wedge S)$$

### ESERCIZIO 2

Assumendo  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ : **array [0, n] of int**, si formalizzi il seguente enunciato:

“Ogni elemento dell’array  $\mathbf{a}$  è uguale alla somma dell’elemento corrispondente di  $\mathbf{b}$  e della somma dei valori pari di  $\mathbf{b}$ .”

### ESERCIZIO 3

Si dica se la seguente tripla è verificata. Se lo è, fornire una dimostrazione formale; se non lo è, fornire un controesempio.

$$\{x = A \wedge y = B\} z := y * x; y, z := y - x, y * z \{z = A * B * (B - A)\}$$

### ESERCIZIO 4

Assumendo  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ : **array [0, m] of int**, si verifichi la seguente tripla, in cui l’operatore binario **max** restituisce il maggiore tra i due operandi:

$$\{x \in [1, m) \wedge (\forall i. i \in [0, x) \Rightarrow b[i] = (\mathbf{max} j: j \in [0, i]. a[j]))\}$$
$$b[x] := b[x-1] \mathbf{max} a[x]$$
$$\{(\forall i. i \in [0, x) \Rightarrow b[i] = (\mathbf{max} j: j \in [0, i]. a[j]))\}$$

### ESERCIZIO 5

Assumendo  $\mathbf{c}$ : **array [0, m] of int**, si consideri il seguente frammento di programma annotato:

```
{cond = true ∧ z = 0 ∧ m ≥ 1}
{Inv: z ∈ [0, m] ∧ (cond ≡ (∀x. x ∈ [0, z) ⇒ c[x] = c[0]))}{t: m - z}
while (z < m) do
  if (c[z] = c[0])
    then z := z + 1
    else cond, z := false, m
  fi;
endw
{cond ≡ (∀x. x ∈ [0, m) ⇒ c[x] = c[0])}
```

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l’ipotesi di invarianza.