

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2014-2015

Primo Appello - 16/01/2015

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Dire se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va mostrato un controesempio con relativa giustificazione.

1. $\neg((P \Rightarrow Q \wedge R) \Rightarrow (Q \vee S) \wedge Z) \Rightarrow (Z \Rightarrow \neg P)$

2. $\neg(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow Q) \Rightarrow R \wedge Q)$

ESERCIZIO 2

Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di predicato $\{amico(-, -)\}$, rispetto all'interpretazione fissata (\mathcal{P}, α) , dove \mathcal{P} è l'insieme delle persone e $\alpha(amico)(x, y)$ è vera se e solo se x è amico di y :

“Se una persona p ha almeno un amico, allora gli amici degli amici di p sono amici di p .”

ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida (A, B, C e D contengono la variabile libera x):

$$\neg(\exists x. A \vee C) \vee (\forall x. \neg(D \Rightarrow \neg B)) \Rightarrow (\forall x. A \Rightarrow C \vee B)$$

ESERCIZIO 4

Assumendo **a: array [0, 5) of nat** e **b: array [0, 7) of nat**, si formalizzi il seguente enunciato:

“Ogni elemento dell'array **a** che è strettamente maggiore di un elemento dell'array **b** è anche strettamente minore di un elemento dell'array **b**.”

ESERCIZIO 5

Si consideri il seguente programma annotato (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

```
diff, x := 0, 0;
{Inv : x ∈ [0, n] ∧ diff = (∑i : i ∈ [0, x). a[i]) - (∑j : j ∈ [0, x). b[j])}{t: n - x}
while (x < n) do
    diff := a[x] + diff - b[x];
    x := x + 1;
endw
{diff = (∑i : i ∈ [0, n). a[i]) - (∑j : j ∈ [0, n). b[j])}
```

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 6

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

```
{k ∈ [1, n - 1] ∧ j ∈ [0, k) ∧ (∀i. i ∈ [0, j) ⇒ (a[b[i]] > a[b[i] - 1]) ∧ (a[b[i]] > a[b[i] + 1]))}
if (a[k] > a[k - 1] and a[k] > a[k + 1])
    then b[j] := k; j := j + 1
    else skip
fi;
{(∀i. i ∈ [0, j) ⇒ (a[b[i]] > a[b[i] - 1]) ∧ (a[b[i]] > a[b[i] + 1]))}
```