LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2014-2015
Terzo Appello - 11/06/2015

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio mostrando esplicitamente che rende la formula falsa.

1. $\neg(P \Rightarrow (Q \vee S) \wedge \neg R) \;\Rightarrow\; (\neg R \Rightarrow S)$
2. $(P \wedge \neg S \Rightarrow Q) \wedge (\neg R \Rightarrow \neg Q) \wedge \neg R \;\Rightarrow\; (P \Rightarrow S)$

ESERCIZIO 2
Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di predicato

$$\{\mathit{persona}(\_), \mathit{animale}(\_), \mathit{felino}(\_), \mathit{siamese}(\_), \mathit{gemelli}(\_,\_)\}$$

rispetto all'interpretazione fissata $(\mathcal{P}, \alpha)$, dove $\mathcal{P}$ è l'insieme di tutti gli esseri viventi, e

- $\alpha(\mathit{animale})(p)$ è vera se e solo se p è un animale,
- $\alpha(\mathit{persona})(p)$ è vera se e solo se p è una persona,
- $\alpha(\mathit{felino})(p)$ è vera se e solo se p è un felino,
- $\alpha(\mathit{siamese})(p)$ è vera se e solo se p è siamese, e
- $\alpha(\mathit{gemelli})(p, q)$ è vera se e solo se p e q sono gemelli.

"Ogni siamese è un felino o è una persona che ha un gemello."

ESERCIZIO 3
Si provi che la seguente formula è valida (P, Q, R e S contengono la variabile libera x):

$$(\forall x \,.\, \neg R) \wedge (\exists x \,.\, \neg(P \wedge \neg(Q \vee S)) \Rightarrow R) \;\Rightarrow\; (\exists x \,.\, P) \wedge \neg(\forall x \,.\, Q)$$

ESERCIZIO 4
Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

"Ogni elemento dell'array **b** contiene il numero degli elementi dell'array **a**
con indice minore o uguale al suo che sono maggiori della somma degli elementi pari di **a**."

ESERCIZIO 5
Si consideri il seguente programma annotato (assumendo **a: array [0, n) of int**):

$\{\; n > 0 \;\}$
`x := 0; c := 0`
$\{\mathsf{Inv}: \; x \in [0, n) \;\wedge\; c = (\Sigma y : y \in [0, x) \,.\, a[y]) - \big(x * (x-1)/2\big)\}\{\mathrm{t}: \; n - x\}$
```
while (x < n) do
     c := c + a[x] - x;
     x := x + 1
endw
```
$\{c = (\Sigma y : y \in [0, n) \,.\, a[y]) - \big(n * (n-1)/2\big)\}$

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 6
Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a: array [0, n) of int**):

$\{x \in [0, n) \;\wedge\; \big(\forall i \,.\, i \in [0, x) \Rightarrow a[i] \geq 0\big)\}$
```
if (a[x] <= 0)
   then a[x] := a[x] * a[x]
   else skip
fi
```
$\{\big(\forall i \,.\, i \in [0, x] \Rightarrow a[i] \geq 0\big)\}$