

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE – a.a. 2014/15

Esercizi sulla Logica del Primo Ordine

1. Dimostrare che le seguenti formule (leggi del dominio) sono *valide*

$$(a) (\forall x.P(x) \vee Q(x) \Rightarrow R(x)) \equiv (\forall x.P(x) \Rightarrow R(x)) \wedge (\forall x.Q(x) \Rightarrow R(x)),$$

$$(b) (\exists x.(P(x) \vee Q(x)) \wedge R(x)) \equiv (\exists x.P(x) \wedge R(x)) \vee (\exists x.Q(x) \wedge R(x)).$$

2. Dimostrare che le seguenti formule *non* sono *valide* (fornendo un controesempio ovvero una interpretazione che le rende false)

$$(a) (\forall x.\exists y.P(x, y)) \equiv (\exists y.\forall x.P(x, y)),$$

$$(b) (\exists x.P(x)) \wedge (\exists x.Q(x)) \Rightarrow (\exists x.P(x) \wedge Q(x)),$$

$$(c) (\forall x.P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x.P(x)) \vee (\forall x.Q(x)).$$

3. Dimostrare che le seguenti formule sono *valide*

$$(a) (\exists x.R(x) \wedge Q(x)) \wedge ((\forall x.P(x)) \vee (\forall x.\neg R(x))) \Rightarrow (\exists x.P(x)) \wedge (\exists x.R(x)),$$

$$(b) (\exists x.P(x)) \vee (\exists x.P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x.P(x) \Rightarrow Q(x)),$$

$$(c) (\forall x.\neg P(x) \Rightarrow R(x)) \wedge \neg(P(a) \vee Q(a)) \Rightarrow \neg(\forall x.\neg R(x) \vee Q(x)).$$