LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE – a.a. 2016/17
Seconda esercitazione — 11/10/2016

1. Nei seguenti passi di dimostrazione, indicare il connettivo logico corretto da sostituire a $\boxed{?}$ applicando il Principio di Sostituzione dell'Implicazione. Motivare la risposta.

   (a)
   $$\begin{array}{ll} & P \Rightarrow \neg(Q \wedge (R \Rightarrow S)) \\ \boxed{?} & \{(\text{semplificazione-}\wedge)\} \\ & P \Rightarrow \neg Q \end{array}$$

   (b)
   $$\begin{array}{ll} & (P \vee Q) \wedge R \Rightarrow (R \Rightarrow Q) \\ \boxed{?} & \{(\text{introduzione-}\vee)\} \\ & P \wedge R \Rightarrow (R \Rightarrow Q) \end{array}$$

2. Applicare la legge *Modus Ponens* alla sottoformula sottolineata della seguente formula, e scrivere per esteso la formula risultante, la giustificazione e il connettivo.

   $$R \wedge \underline{(\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee \neg P \Rightarrow R)} \Rightarrow P \wedge R$$

3. Si provi che le seguenti proposizioni sono tautologie, usando dimostrazioni per sostituzione con ipotesi non tautologiche.

   (a) $(P \Rightarrow R \vee S) \wedge (R \Rightarrow S) \Rightarrow (P \Rightarrow S)$
   (b) $(P \vee Q \Rightarrow R \wedge S) \Rightarrow (P \Rightarrow S)$
   (c) $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R))$

4. Si provi che le seguenti proposizioni sono tautologie, senza usare le tabelle di verità. Per ogni tautologia cercare di trovare la tecnica di dimostrazione più adeguata.

   (a) $(P \wedge Q) \wedge (\neg Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \vee R)$
   (b) $((\neg P \Rightarrow Q) \Rightarrow \neg R \vee S) \Rightarrow (R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P)$
   (c) $\neg P \wedge (R \Rightarrow \neg(P \Rightarrow Q)) \quad \Rightarrow \quad \neg R$
   (d) $\neg((\neg Q \vee P) \wedge R) \wedge (P \vee Q \Rightarrow R) \;\; \Rightarrow \;\; (Q \Rightarrow \neg P)$

5. Usando come ipotesi $(P \wedge Q) \Rightarrow R$ e $R \Rightarrow S$, dimostrare per casi su Q che vale $(P \Rightarrow \neg Q \vee S)$

6. Per ognuna delle seguenti formule si dica se si tratta di una tautologia oppure no. Se è una tautologia si fornisca una dimostrazione altrimenti si fornisca un controesempio.

   (a) $(Q \Rightarrow R) \wedge (\neg P \Rightarrow P) \Rightarrow (P \vee Q \Rightarrow P \wedge R)$
   (b) $(\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg(P \Rightarrow \neg Q) \vee (Q \vee \neg R)) \;\; \Rightarrow \;\; (R \Rightarrow P)$