Corso di laurea in Informatica Applicata
Fondamenti di Programmazione
Prima verifica intermedia

4/11/2003

Esercizio 1 *(punti 12)*

Si consideri l'automa nondeterministico descritto dalla tabella di transizione sotto riportata:

	a	b	c	ε
→ 0	{2,3}	{1}	{1}	—
1	—	—	—	{3}
2	—	{2}	{3}	—
3	{3}	{3}		

avente stato iniziale 0 e stato finale 3.

a) Si dia la rappresentazione grafica.

b) Si costruisca un automa equivalente deterministico

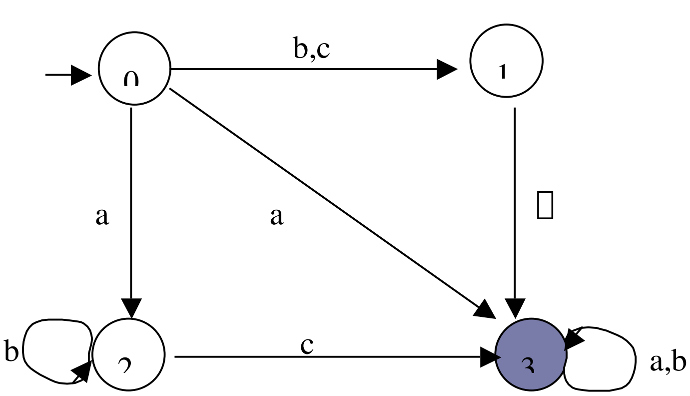
c) Si eliminino gli eventuali stati morti.

d) Si definisca la grammatica regolare equivalente all'automa deterministico.

e) Si trasformi la grammatical regolare in una grammatical libera, eliminando gli operatori * e | .

Soluzione

a)



b)

clos({0})={0} Map(0)={0} D=<{0}{0}{}{}>

per 0,a add(move(Map(0),a))=add(move({0},a))=add{2,3}=1 Map(1)={2,3} edge(0,1,a)
D=<{0,1}{0}{}{<0,1,a>}>

per 0,b add(move(Map(0),b))=add(move({0},b))=add({1,3})=2, Map(2)={1,3},
edge(0,2,b) D=<{0,1,2},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>}>

per 0,c add(move(Map(0),c))=add(move({0},c))=add({1,3})=2,
edge(0,2,c) D=<{0,1,2},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>}>

per 1,a add(move(Map(1),a))=add(move({2,3},a))=add({3})=3, Map(3)={3}
edge(1,3,a) D=<{0,1,2,3},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>}>

per 1,b add(move(Map(1),b))=add(move({2,3},b))=add({2,3})=1,
edge(1,1,b) D=<{0,1,2,3},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>}>

per 1,c add(move(Map(1),c))=add(move({2,3},c))=add({3})=3,
edge(1,3,c) D=<{0,1,2,3},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>}>

per 2,a add(move(Map(2),a))=add(move({1,3},a))=add({3})=3, edge(2,3,a)
D=<{0,1,2,3},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>}>

per 2,b add(move(Map(2),b))=add(move({1,3},b))=add({3})=3, edge(2,3,b)
D=<{0,1,2,3},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>}
>

per 2,c add(move(Map(2),c))=add(move({1,3},c))=add({})=4, Map(4)={}, edge(2,4,c)
D=<{0,1,2,3,4},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,
<2,4,c>}>

per 3,a add(move(Map(3),a))=add(move({3},a))=add({3})=3, edge(3,3,a)
D=<{0,1,2,3,4},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,
<2,4,c>,<3,3,a>}>

per 3,b add(move(Map(3),b))=add(move({3},b))=add({3})=3, edge(3,3,b)
D=<{0,1,2,3,4},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,
<2,4,c>,<3,3,a>,<3,3,b>}>

per 3,c add(move(Map(3),c))=add(move({3},c))=add({})=4, edge(3,4,c)
D=<{0,1,2,3,4},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,
<2,4,c>,<3,3,a>,<3,3,b>,<3,4,c>}>

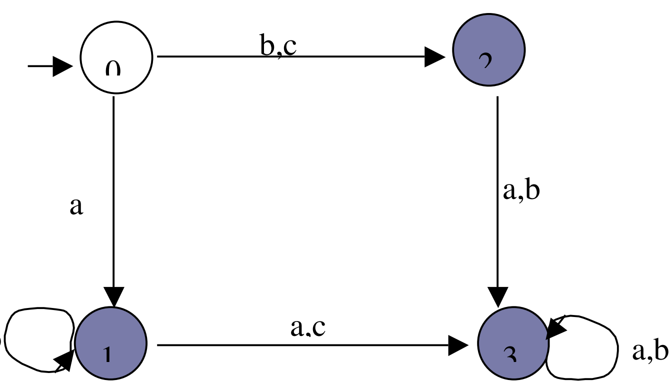
per 4,a add(move(Map(4),a))=add(move({},a))=add({})=4, edge(4,4,a)
D=<{0,1,2,3,4},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,
<2,4,c>,<3,3,a>,<3,3,b>,<3,4,c>,<4,4,a>}>

per 4,b add(move(Map(4),b))=add(move({},b))=add({})=4, edge(4,4,b)
D=<{0,1,2,3,4},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,<2,4,c>,<3,3,a>,<3,3,b>,<3,4,c>,<4,4,a>,<4,4,b>}>

per 4,c add(move(Map(4),c))=add(move({},c))=add({})=4, edge(4,4,c)
D=<{0,1,2,3,4},{0},{},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,<2,4,c>,<3,3,a>,<3,3,b>,<3,4,c>,<4,4,a>,<4,4,b>,<4,4,c>}>

Automa calcolato:
D=<{0,1,2,3,4},{0},{1,2,3},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,<2,4,c>,<3,3,a>,<3,3,b>,<3,4,c>,<4,4,a>,<4,4,b>,<4,4,c>}>

c) Lo stato morto è lo stato 4 quindi l'automa senza stati morti è:
D=<{0,1,2,3},{0},{1,2,3},{<0,1,a>,<0,2,b>,<0,2,c>,<1,3,a>,<1,1,b>,<1,3,c>,<2,3,a>,<2,3,b>,<3,3,a>,<3,3,b>}>



d) GR=<{a,b,c},{S},S,{S::=a b* | a b* (a | c)(a |b)* | (b | c) (a | b)*}>
e) GL=<{a,b,c}, {S, A,B,} S, {S::=a B, S::= a B C A, S::= D A, B::= bB, B::= ε, A::=aA, A::=bA, A::=ε, C::=c, C::=a, D::=b, D::=c}>

Esercizio 2 *(punti 6)*
Si definisca un sistema di transizioni che calcola *true* se due sequenze di simboli, definite su uno stesso alfabeto Σ, sono uguali , *false* altrimenti.

Soluzione

$\Gamma=\{<\sigma,\sigma'> \mid \sigma,\sigma' \in \Sigma^*\} \cup \{true, false\}$
T={true,false}
$\rightarrow_{=}=\{$

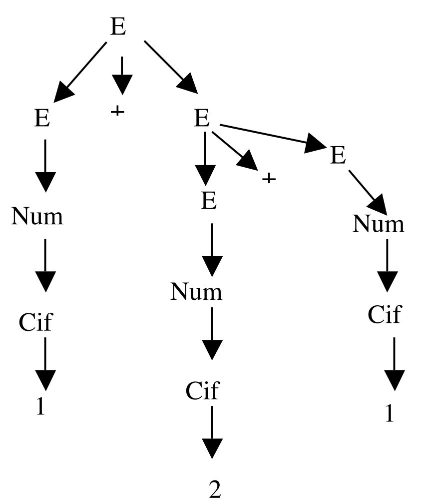
$$\frac{\sigma,\sigma' \in \Sigma^*}{<x\sigma,x\sigma'> \rightarrow <\sigma,\sigma'>} \qquad \frac{\sigma,\sigma' \in \Sigma^*,\ x \neq y}{<x\sigma,y\sigma'> \rightarrow false}$$

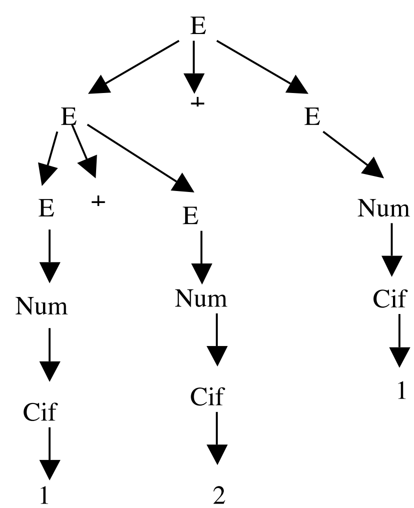
$$\frac{\square\square \ \square\square, \ \square \neq \square}{<\square,\square> \ \square \ \ \text{false}} \qquad \frac{\square\square \ \square\square, \ \square \neq \square}{<\square,\square> \ \square \ \ \text{false}}$$

$$<\square,\square> \ \square \ \ \text{true}$$

Esercizio 3 *(punti 3)*
Si mostri che la seguente grammatica è ambigua:
G=<{0,1,2,+,–}, {E,Num, Cif},E,{E::=E+E , E::=E–E ,E::=Num, Cif::=0 | 1 | 2 , Num::= Cif , Num::= Num Cif}>

Soluzione: I seguenti alberi di derivazione sintatattica hanno stessa frontiera 1+2+1 ma diversa struttura

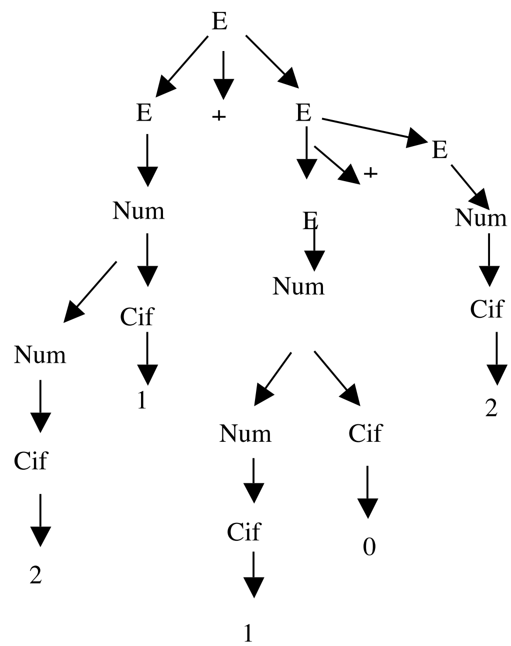




Esercizio 4 *(punti 4)*
Si consideri la seguente sequenza di simboli appartenente al linguaggio L(G) con G grammatica definita nell'esercizio precedente: 21+10+2. Si interpreti tale frase come un'espressione aritmetica, somma di numeri naturali rappresentati in base 3.

1) Si disegni un albero di derivazione sintattica per tale frase.
2) Si dica quanto vale il risultato di tale espressione rappresentato in base 3 e in base 10.

Soluzione
1)



2) $21_3+10_3+2_3=110_3$ $110_3=12_{10}$

Esercizio 5 *(punti 5)*
Si consideri il linguaggio L definito dalla seguente espressione regolare:
(b | c)(a | b)* | ab* | ab* (a | c)(a | b)*
Quali delle espressioni seguenti definisce un linguaggio contenuto in L?
1) (a | b)*
2) a*
3) ca*
4) aab*
5) ac(a | b)*

Soluzione: L è l'unione di 3 sottolinguaggi:

(a) (b | c)(a | b)*
(b) ab*
(c) ab*(a | c)(a | b)*

1) non appartiene, infatti contiene □ che non è contenuta in L in quanto non è contenuta in nessuno dei sottolinguaggi (a) (b) e (c)
2) non appartiene, stesse motivazioni di 1)
3) appartiene a (a) infatti c è contenuta in (b | c), a* in (a | b)*

4) appartriene a (c) infatti a in ab* (□appartiene a b*) e a in (a | c), infine b* in (a | b)*
5) appartine a (c), infatti a in ab* (come sopra), c in (a | c).

Esercizio 6 *(punti 6)*
Si scriva una grammatica libera sull'alfabeto {a,b,c,d} per il seguente linguaggio:

$$L=\{a^n\ c^{2m}\ d^{\ h+3}\ c^m\ b^n |\ n>0,\ m\geq 0,\ h>0\}$$

Soluzione G_L=<{a,b,c,d},{S,C,D}, S, {S::=a S b, S::=a C b, C::=dddD, C::=cc C c, D::=d, D::=dD