

Corso di laurea in Informatica Applicata

Fondamenti di Programmazione

Prima verifica intermedia

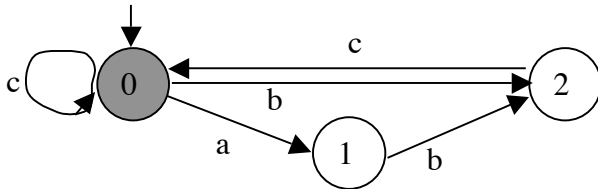
6/11/2002

Esercizio 1

Sia $L(A)$ il linguaggio sull'alfabeto $\{a,b,c\}$ che riconosce le sequenze (anche vuote) tali che il simbolo 'a' è sempre seguito dal simbolo 'b' e il simbolo 'b' è sempre seguito dal simbolo 'c'. Si definiscano l'automa deterministico e la grammatica regolare per $L(A)$.

Soluzione

Automa per $L(A)$



Grammatica regolare

$G = \langle \{a,b,c\}, \{S\}, S, \{S ::= c^* \mid (bc)^* \mid (abc)^*\} \rangle$

Esercizio 2

Si consideri l'automa nondeterministico descritto dalla tabella di transizione sotto riportata:

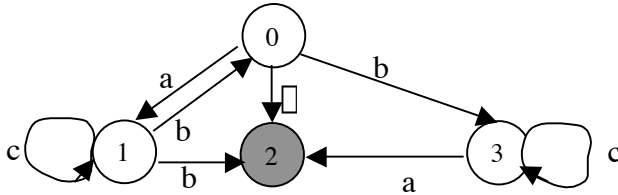
	a	b	c	epsilon
-->0	{1}	{3}		{2}
1		{0,2}	{1}	
* 2	-	-	-	-
3	{2}	-	{3}	-

avente stato iniziale 0 e stato finale 2.

- Si dia la rappresentazione grafica.
- Si costruisca un automa equivalente deterministico
- Si definisca la grammatica regolare equivalente all'automata deterministico.
- Si trasformi la grammatica regolare in una grammatica libera, eliminando gli operatori * e |.

Soluzione

a)



b)

$\text{add}(\text{clos}(0)) = \text{add}(\{0,2\})$ $\text{Map}(0) = \{0,2\}$ $D = \langle \{0\}, \{0\}, \square, \{ \} \rangle$

$\text{add}(\text{move}(\text{Map}(0), a)) = \text{add}(\text{move}(\{0,2\}, a)) = \text{add}(\{1\})$ $\text{Map}(1) = \{1\}$ $\text{edge}(0,1,a)$
 $D = \langle \{0,1\}, \{0\}, \square, \{ \langle 0,1,a \rangle \} \rangle$

$\text{add}(\text{move}(\text{Map}(0), b)) = \text{add}(\text{move}(\{0,2\}, b)) = \text{add}(\{3\})$ $\text{Map}(2) = \{3\}$ $\text{edge}(0,2,b)$
 $D = \langle \{0,1,2\}, \{0\}, \square, \{ \langle 0,1,a \rangle, \langle 0,2,b \rangle \} \rangle$

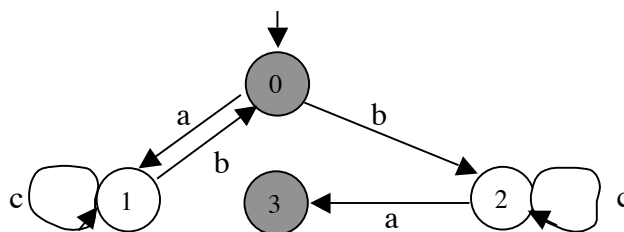
$\text{add}(\text{move}(\text{Map}(1), b)) = \text{add}(\text{move}(\{1\}, b)) = \text{add}(\text{close}(0)) \square \text{clos}(2) = \text{add}(\{0,2\})$ $\text{edge}(1,0,b)$
 $D = \langle \{0,1,2\}, \{0\}, \square, \{ \langle 0,1,a \rangle, \langle 0,2,b \rangle, \langle 1,0,b \rangle \} \rangle$

$\text{add}(\text{move}(\text{Map}(1), c)) = \text{add}(\text{move}(\{1\}, c)) = \text{add}(\text{close}(1)) = \text{add}(\{1\})$ $\text{edge}(1,1,c)$
 $D = \langle \{0,1,2\}, \{0\}, \square, \{ \langle 0,1,a \rangle, \langle 0,2,b \rangle, \langle 1,0,b \rangle, \langle 1,1,c \rangle \} \rangle$

$\text{add}(\text{move}(\text{Map}(2), a)) = \text{add}(\text{move}(\{3\}, a)) = \text{add}(\text{close}(2)) = \text{add}(\{2\})$ $\text{Map}(3) = \{2\}$
 $\text{edge}(2,3,a)$ $D = \langle \{0,1,2,3\}, \{0\}, \square, \{ \langle 0,1,a \rangle, \langle 0,2,b \rangle, \langle 1,0,b \rangle, \langle 1,1,c \rangle, \langle 2,3,a \rangle \} \rangle$

$\text{add}(\text{move}(\text{Map}(2), c)) = \text{add}(\text{move}(\{3\}, c)) = \text{add}(\text{clos}(3)) = \text{add}(\{3\})$ $\text{edge}(2,3,c)$
 $D = \langle \{0,1,2,3\}, \{0\}, \{0\}, \{ \langle 0,1,a \rangle, \langle 0,2,b \rangle, \langle 1,0,b \rangle, \langle 1,1,c \rangle, \langle 2,3,a \rangle, \langle 2,2,c \rangle \} \rangle$

Graficamente l'automata deterministico:



$$c) G = \langle \{a,b,c\}, \{S\}, S \{S ::= (a c^* b)^* (\epsilon | bc^* a)\} \rangle$$

$$d) G = \langle \{a,b,c\}, \{S\}, S \{S ::= AB, A ::= \epsilon, A ::= a C b A, B ::= \epsilon, B ::= b C a, C ::= \epsilon, C ::= cC\} \rangle$$

Esercizio 3

Data la seguente grammatica:

$$G = \langle \{a,b,c\}, \{S,A,B\}, S, \{S ::= AcB, A ::= aA, B ::= bB\} \rangle$$

Soluzione

Il sistema di transizioni per G è dato da $\langle \Sigma, T, Rel \rangle$

$$\Sigma = \{ \epsilon \mid \epsilon \epsilon (\{a,b,c\} \cup \{S,A,B\})^* \}$$

$$T = \{ \epsilon \mid \epsilon \epsilon \{a,b,c\}^* \}$$

Rel = {

$$\frac{\epsilon, \epsilon \epsilon (\{a,b,c\} \cup \{S,A,B\})}{\epsilon S \epsilon \epsilon \epsilon AcB \epsilon}$$

$$\frac{\epsilon, \epsilon \epsilon (\{a,b,c\} \cup \{S,A,B\})}{\epsilon A \epsilon \epsilon \epsilon aA \epsilon}$$

$$\frac{\epsilon, \epsilon \epsilon (\{a,b,c\} \cup \{S,A,B\})}{\epsilon B \epsilon \epsilon \epsilon bB \epsilon}$$

}

Esercizio 4

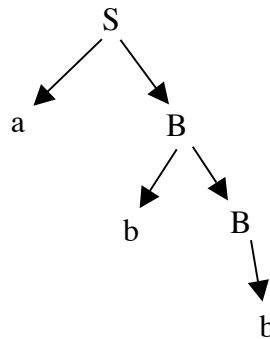
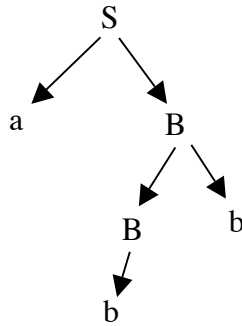
Si mostri che la seguente grammatica è ambigua:

$$G = \langle \{a,b\}, \{S,B\}, S, \{S ::= aB, B ::= bB, B ::= Bbb\} \rangle$$

Soluzione:

Ad esempio la sequenza di simboli abb è frontiera di entrambi i seguenti alberi di

derivazione sintattica:



Esercizio 5

Si consideri il linguaggio L definito dalla seguente espressione regolare:

$(abc)^* \cup (a^*bc^*)d(c^*ba^*) \cup (clba)^*$

Quali delle espressioni seguenti definisce un linguaggio contenuto in L?

1) $(a^*bc)^*$

2) $(ab)^*$

3) $(bc^*)db$

4) $(ba)^*$

Soluzione

Il linguaggio è l'unione di tre sottolinguaggi:

- a) $(abc)^*$
- b) $(a^*bc^*)d(c^*ba^*)$
- c) $(clba)^*$

allora abbiamo

- 1) Non appartiene al sotto linguaggio a) che contiene solo \square e stringhe abc ripetute un qualunque numero di volte, mentre 1) contiene anche stringhe del tipo aaabc, aabbc ecc. Non appartiene al sotto linguaggio b) perchè questo contiene stringhe che dopo elementi di (a^*bc^*) hanno una d e almeno una b. Infine non appartiene a c) perchè quest'ultimo contiene oltre ad \square stringhe che contengono solo c e b. Quindi 1) non appartiene al linguaggio

- 2) Non appartiene al sottolinguaggio a) che contiene solo ϵ e stringhe ab ripetute un qualunque numero di volte, non appartiene al sottolinguaggio b) perchè questo contiene stringhe che dopo elementi di $(a^*bc)^*$ abbiano una d e almeno una b. non appartiene a c) perchè quest'ultimo contiene oltre ad ϵ stringhe che contengono solo c e b. Quindi 2) non appartiene al linguaggio
- 3) Appartiene al sottolinguaggio b) nel caso $(\epsilon bc^*)d(\epsilon b \epsilon)$. Quindi 3) appartiene al linguaggio
- 4) Appartiene al sottolinguaggio c) $(ba)^* \cup (c \mid ba)^*$. Quindi 4) appartiene al linguaggio