linguaggi formali $\longleftrightarrow$ linguaggi naturali
(italiano, inglese, ...)

- Teoria dei linguaggi formali
  (una delle teorie fondamentali dell'informatica)

- Alfabeto: insieme finito di simboli Σ

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Sigma' = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ $\qquad \Sigma'' = \{\leftarrow, \uparrow, \downarrow, \rightarrow\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

Σ^* a partire da Σ l'operatore $*$ costruisce l'insieme di tutte le sequenze di simboli in Σ

$\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa \ldots$

sequenza di lunghezza $\emptyset$
(sequenza (o stringa) vuota)

Un linguaggio, L, su Σ é un sottoinsieme di Σ^*, $L \subseteq \Sigma^*$

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa \ldots\}$ infinito

$L = \{a, ab\}$ è un linguaggio su Σ, $L \subseteq \Sigma^*$

$L' = \{a, aa, aaa\}$ " " , $L' \subseteq \Sigma^*$

$L'' = \{a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$ " , $L'' \subseteq \Sigma^*$

insieme infinito di stringhe composte dal simbolo a

Titolo nota 28/09/2015

$\Sigma = \{a, b\}$

$L = \{a, ab\}$

rispetto al linguaggio L le frasi corrette sono solamente "a" e "ab", tutte le altre non sono corrette (non appartengono al linguaggio L)

$a \in L$

$ab \in L$

$abb \notin L$

$L'' = \{a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$ non è una definizione

Titolo nota 28/09/2015

Come definire linguaggi su un alfabeto Σ

- Automi a stati finiti

  modo per definire linguaggi (anche infinito) in modo formale e finito

- Grammatiche a struttura di frase

Automa a stati finiti ASF

A è una quintupla (cioè un automa s.f. è definito da 5 componenti)

Σ alfabeto

Q insieme degli stati finito

S stato iniziale $S \in Q$

F insieme degli stati di accettazione $F \subseteq Q$

δ relazione di transizione $\delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$

Q l'insieme finito di tutti gli stati dell'automa

Titolo nota 28/09/2015

$$Q \times \Sigma \times Q = \{ \langle q, s, q' \rangle \mid q, q' \in Q,\ s \in \Sigma \}$$

$$\delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$$

l'insieme delle triple che rappresentano transizioni tra stati mediante un simbolo dell'alfabeto

$Q = \{ \emptyset, 1 \}$

$\Sigma = \{ a, b \}$

$\delta = \{ \langle 0, a, 1 \rangle, \langle 1, b, 1 \rangle \}$

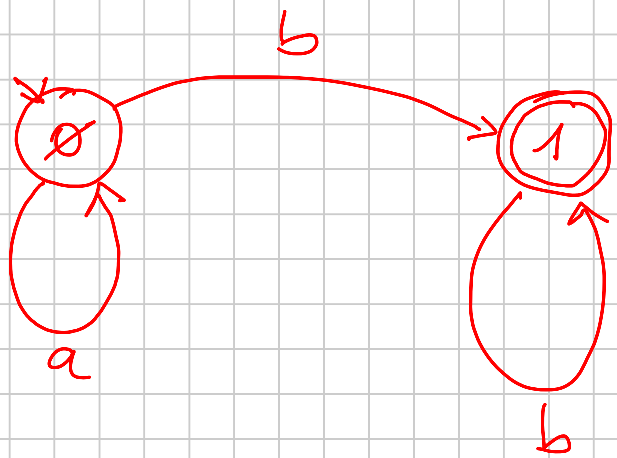
esiste una transizione dallo stato $\emptyset$ allo stato 1 attraverso il simbolo a

esiste una transizione da 1 a 1 attraverso il simbolo b

$$\begin{cases} \Sigma = \{a, b\} \\ Q = \{\emptyset, 1\} \\ S = \emptyset \\ F = \{1\} \\ \delta = \{\underbrace{\langle \emptyset, a, \emptyset \rangle}, \underbrace{\langle \emptyset, b, 1 \rangle}, \underbrace{\langle 1, b, 1 \rangle}\} \end{cases}$$

$\emptyset \in \{\emptyset, 1\}$ $\quad S \in Q$

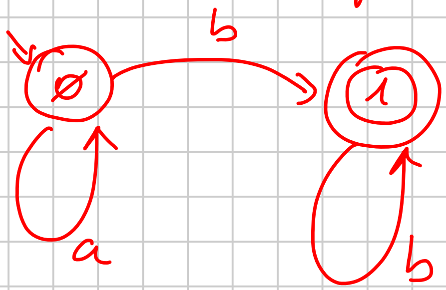
$\{1\} \subseteq \{\emptyset, 1\}$ $\quad F \subseteq Q$



rappresentazione mediante

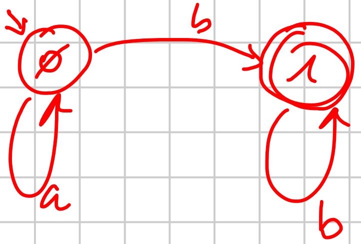
GRAFO

Come può un ASF definire un linguaggio?



ASF sono usati, in questo caso, come <u>RICONOSCITORI</u> di stringhe.

un ASF riconosce le stringhe che appartengono al linguaggio definito dall'automa e "scarta" le stringhe che non appartengono al linguaggio



a a b b a

Ø Ø Ø 1 1 ✗

rifiutata

a a a

Ø Ø Ø Ø

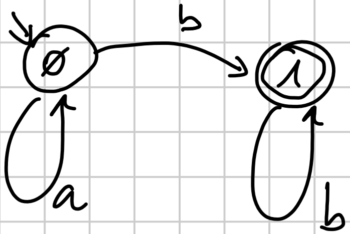
rifiutata

a b b

Ø Ø 1 1

accettata

- si inizia dallo stato iniziale
- si scandisce la stringa da sinistra a destra
- per ogni simbolo si esegue una transizione di stato (se possibile)
- se riusciamo a fare transizione per TUTTI i simboli della stringa e si termina in uno stato di accettazione allora la stringa è riconosciuta, altrimenti è "rifiutata".



linguaggio riconosciuto da questo automa

come si può scrivere utilizzando queste notazioni?

$L = \{a^n b^m \mid m > 0, n \geq 0\}$

Notazione

$\underbrace{a \dots a}_{n \text{ volte}} = a^n$

$\underbrace{ab \dots ab}_{n \text{ volte}} = (ab)^n$

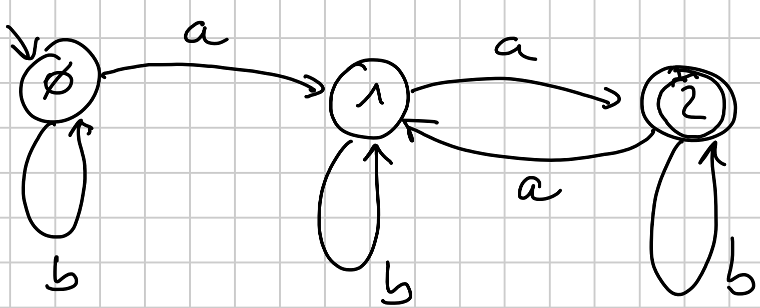
$\alpha, \beta \in \Sigma^*$ $\alpha\beta$ = la stringa α seguita da β

$a\underbrace{b \dots b}_{n \text{ volte}}\underbrace{a \dots a}_{m \text{ volte}} = a b^n a^m$

$bb \in L$ $b \in L$ $a \notin L$

Titolo nota 28/09/2015

$\Sigma = \{a, b\}$



$F = \{2\}$

a b b a b — accettata

$\emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 1 \xrightarrow{b} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{b} 2$

a b a b a b — rifiutata

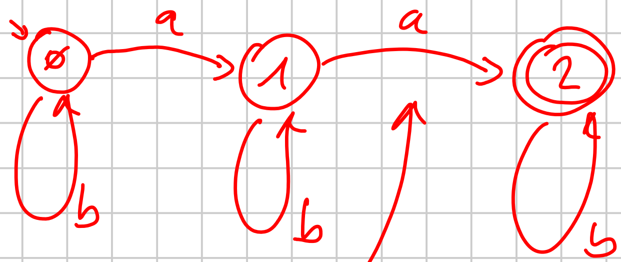
$\emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 1 \qquad 1 \notin F$

a b b — rifiutata

$\emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 1 \xrightarrow{b} 1$

linguaggio definito?

il linguaggio di stringhe che contengono un numero pari (>0) di a.



archi

$$\delta = \{ \langle \emptyset, b, \emptyset \rangle, \langle \emptyset, a, 1 \rangle, \langle 1, b, 1 \rangle, \langle 1, a, 2 \rangle, \langle 2, b, 2 \rangle, \langle 2, a, 1 \rangle \}$$

$$\left.\begin{array}{l} \delta(\emptyset, b) = \emptyset \\ \delta(\emptyset, a) = 1 \\ \delta(1, b) = 1 \\ \delta(1, a) = 2 \\ \delta(2, b) = 2 \\ \delta(2, a) = 1 \end{array}\right\}$$

scritte come funzioni

$$\delta : Q \times \Sigma \longrightarrow Q$$

Funzione $f : A \longrightarrow B$

$$\left.\begin{array}{l} f(a) = b \\ f(a') = b' \end{array}\right\}$$

se $a = a'$ allora $b = b'$

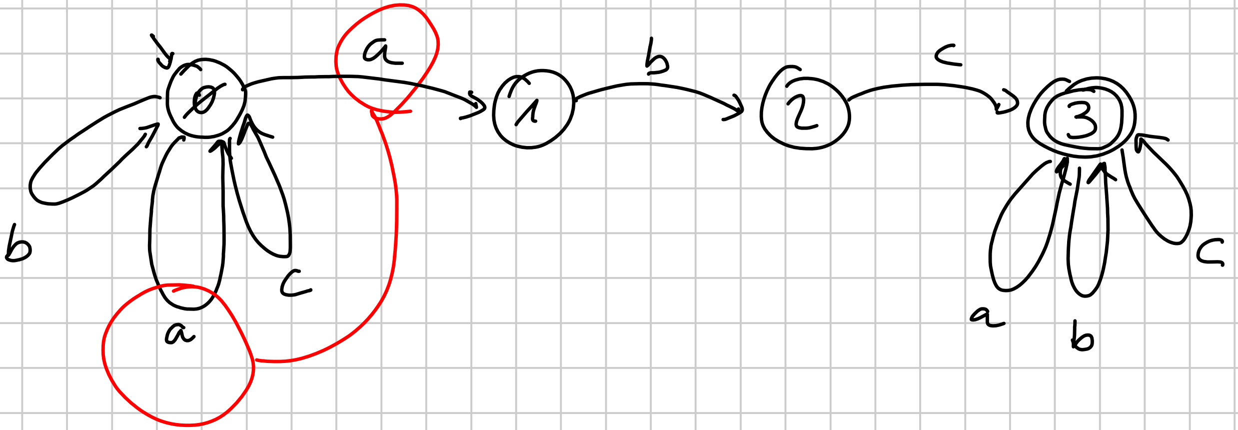
Titolo nota 28/09/2015

$$A = \langle \Sigma, Q, S, F, \delta \rangle$$

$$\delta(q_0, s) = q_1$$
$$\delta(q_0, s) = q_2$$

può succedere che la transizione <u>non sia una funzione</u>

(δ può essere una relazione non funzionale)



$\Sigma = \{a, b, c\}$

δ non è una funzione perché $\delta(0, a) = 0$

$\delta(0, a) = 1$

Quando la δ non è una funzione l'automa si dice

NON DETERMINISTICO

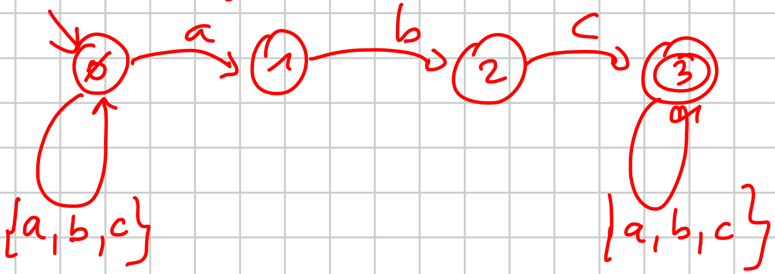
Quando δ è una funzione l'automa è

DETERMINISTICO

ASF non deterministico

Come è definita l'accettazione delle stringhe?

una stringa è accettata se e solo se esiste un cammino nell'automa in grado di leggere tutta la stringa e terminare in uno stato di accettazione.

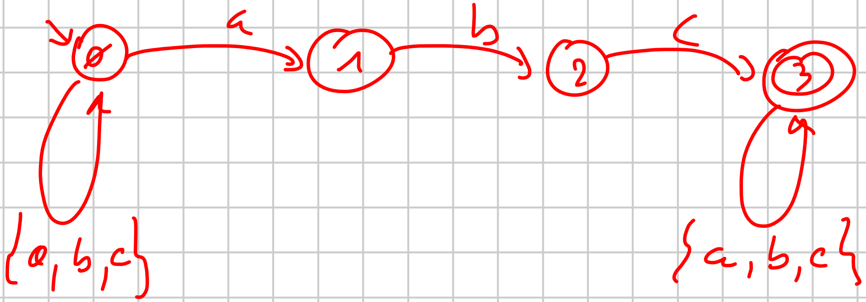


aabc

$0 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{c} 0$

$0 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{a} 1 \longrightarrow 2 \xrightarrow{c} 3$

$0 \xrightarrow{a} 1 \cancel{\longrightarrow}$



abcabc

$\emptyset \xrightarrow{a} \emptyset \xrightarrow{b} \emptyset \xrightarrow{c} \emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{c} 3$

$\emptyset \xrightarrow{a} \emptyset \xrightarrow{b} \emptyset \xrightarrow{c} \emptyset \xrightarrow{a} \emptyset \xrightarrow{b} \emptyset \xrightarrow{c} \emptyset$

$\emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{c} 3 \xrightarrow{a} 3 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{c} 3$

abbc $\notin L$

$\emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2 \cancel{\xrightarrow{c}}$

$\emptyset \xrightarrow{a} \emptyset \xrightarrow{b} \emptyset \xrightarrow{b} \emptyset \xrightarrow{c} \emptyset$

$$L = \{ \underbrace{\alpha\, abc\, \beta} \mid \alpha, \beta \in \Sigma^* \}$$

abc $\in L$

Titolo nota 28/09/2015

ASF non deterministico (ASFND) è un automa in cui δ è una relazione

funzioni sono relazioni (particolari, con una proprietà in più)

ASF deterministico (ASFD) è un automa in cui δ è una funzione

$$ASFD \subsetneq ASFND$$