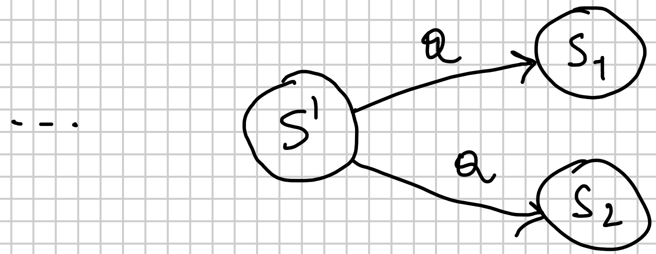
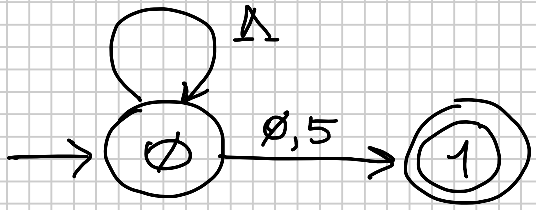
AUTOMA A STATI FINITI NON DETERMINISTICI

$A = (\Lambda, \Sigma, S, F, \delta)$ dove δ è una relazione (non è una funzione)

Esiste almeno uno stato $s' \in \Sigma$ e un simbolo $a \in \Lambda$ tali che esistono $s_1, s_2 \in \Sigma$ e $((s', a), s_1) \in \delta$ $((s', a), s_2) \in \delta$

$s_1 \neq s_2$





$\Lambda = \{0, 1, \ldots, 9\}$

Titolo nota 29/09/2015

TECNICA DELLA COSTRUZIONE DEI SOTTOINSIEMI

Trasformare un automa non deterministico A in un automa deterministico A' tale che

$$\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(A')$$

$$\underline{\Sigma' \subseteq \wp_{\Sigma}}$$

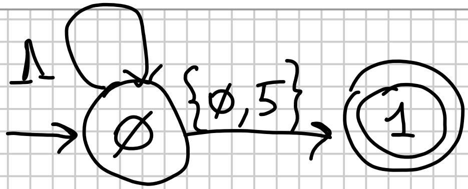
$$A = (\Lambda, \Sigma, \underline{S}, F, \delta) \rightsquigarrow A' = (\Lambda, \underline{\Sigma}', \underline{\{s\}}, \underline{F}', \delta')$$

Notazione

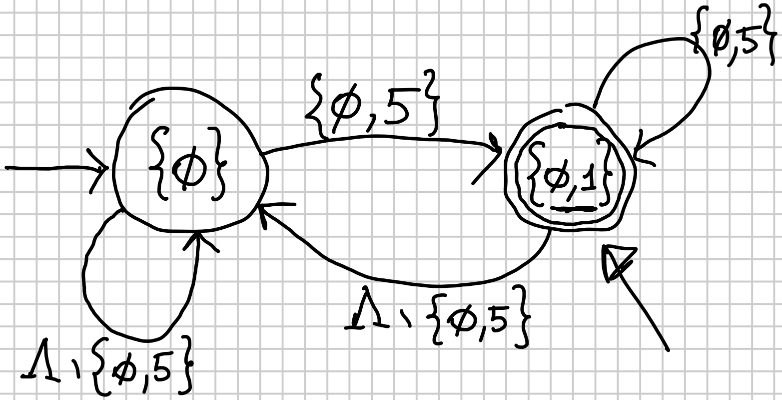
Se X è un insieme $\wp_X$ è l'insieme di tutti i sottoinsiemi di X

p.e. $X = \{1,2,3\}$ $\quad \wp_X = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{3,2\}, \{1,2,3\}\}$

$$F' = \{T \mid T \cap F \neq \{\}\}$$



ASFND



ASFD

$$A = (\Lambda, \Sigma, S, F, \delta)$$

$$A' = (\Lambda, \Sigma', \{s\}, F', \delta')$$

in $\mathcal{P}_{\Sigma'}$

$$\delta'(\underline{Q'}, \underline{a}) = \{ \underline{q} \mid q \in \Sigma \wedge \delta(q', \underline{a}) = \underline{q} \wedge \underline{q'} \in Q' \}$$

$Q \in \mathcal{P}_{\Sigma}$ $\quad a \in \Lambda$

La relazione (funzione) di transizione δ' dell'automa deterministico è fatta in questo modo

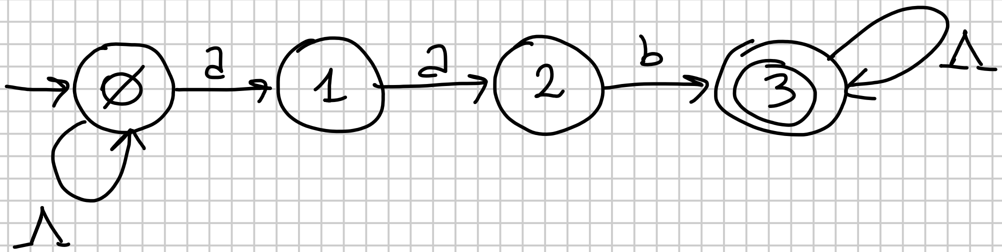
$$\{s_1, \dots, s_k\} \xrightarrow{a} \{t_1, \dots, t_h\}$$

per ogni t_i $i = 1, \dots, h$, esiste un s_j, $j = 1, \dots, k$ tale che

$$\delta(s_j, a) = t_i$$

nello stato di arrivo ci sono TUTTI e SOLI gli stati t_i siffatti

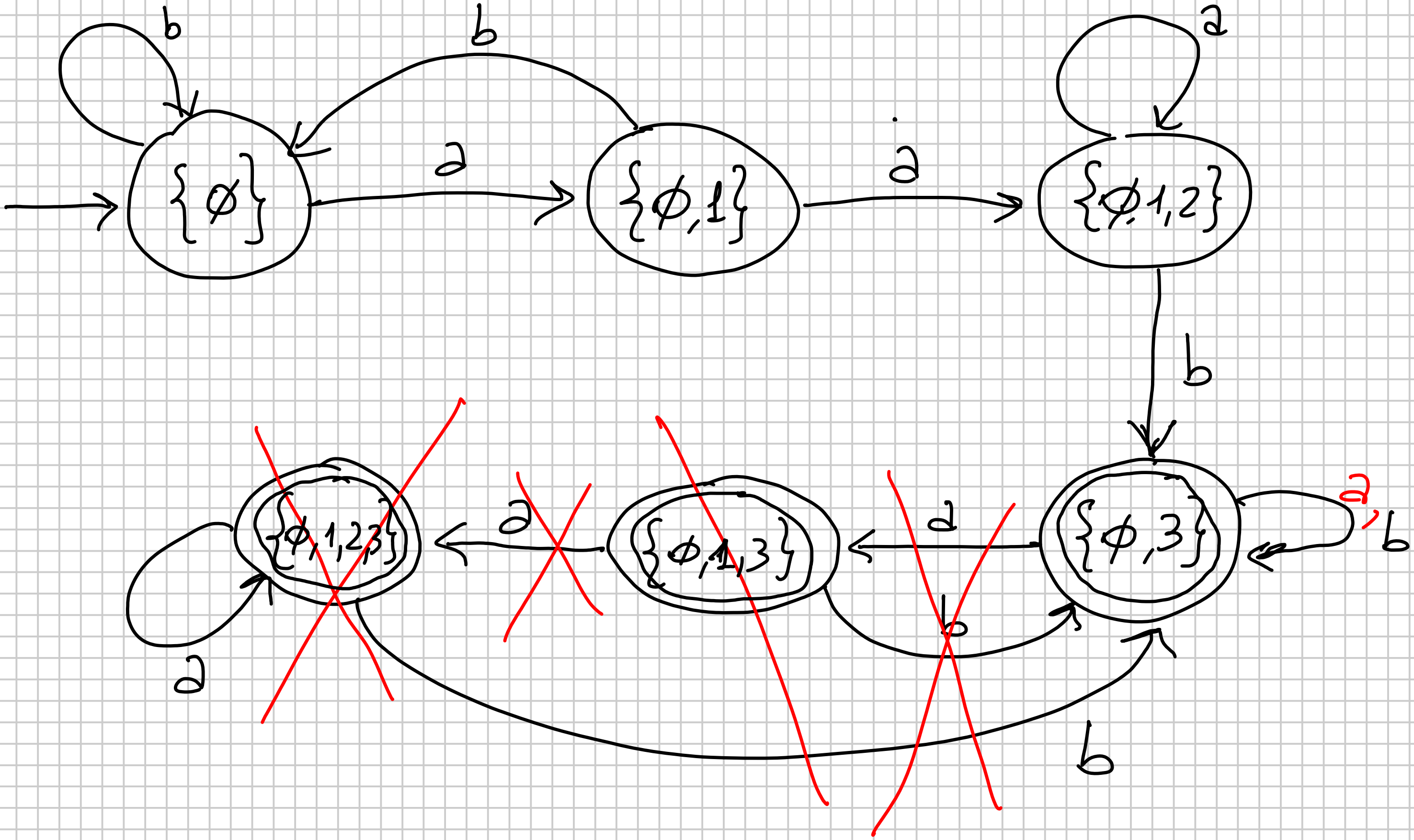
A:



$$\mathcal{L}(A)=\{\alpha\, aab\, \beta \mid \alpha,\beta\in\Lambda^*\}$$

	a	b
$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset,1\}$	$\{\emptyset\}$
$\{\emptyset,1\}$	$\{\emptyset,1,2\}$	$\{\emptyset\}$
$\{\emptyset,1,2\}$	$\{\emptyset,1,2\}$	$\{\emptyset,3\}$
* $\{\emptyset,3\}$	$\{\emptyset,1,3\}$	$\{\emptyset,3\}$
* $\{\emptyset,1,3\}$	$\{\emptyset,1,2,3\}$	$\{\emptyset,3\}$

	a	b
* $\{\emptyset,1,2,3\}$	$\{\emptyset,1,2,3\}$	$\{\emptyset,3\}$



L'automa può essere MINIMIZZATO

Può essere semplificato "unificando" gli stati di riconoscimento

Titolo nota 29/09/2015

Esistono tecniche di MINIMIZZAZIONE di automi:
dato un automa A è possibile costruire un automa A'
tale che $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(A')$ e A' contiene il numero MINIMO
di stati necessari per riconoscere $\mathcal{L}(A)$.

RIASSUNTO

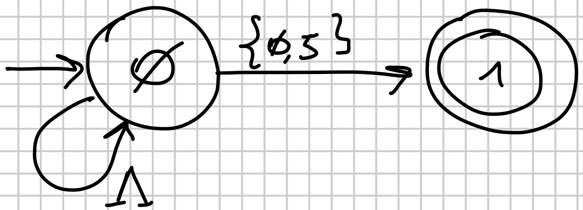
$A = (\Lambda, \Sigma, S, F, \delta)$ ASFND

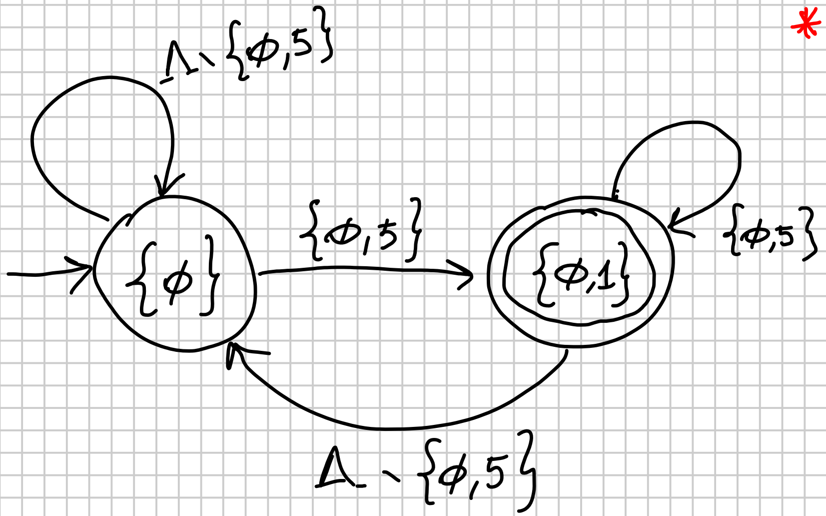
L'automa $A' = (\Lambda, \Sigma', \{S\}, F', \delta')$ ASFD ottenuto attraverso la tecnica della costruzione dei sottoinsiemi è tale che

- $\Sigma' \subseteq \wp_\Sigma$
- per $Q' \in \Sigma'$ e $a \in \Lambda$

$$\delta'(\underline{Q'}, a) = \boxed{\{ q \mid \underline{\delta}(\underline{q'}, a) = q \wedge q' \in \underline{Q'} \}}$$

- $F' = \{ T \mid T \in \Sigma' \wedge T \cap F \neq \{\} \}$



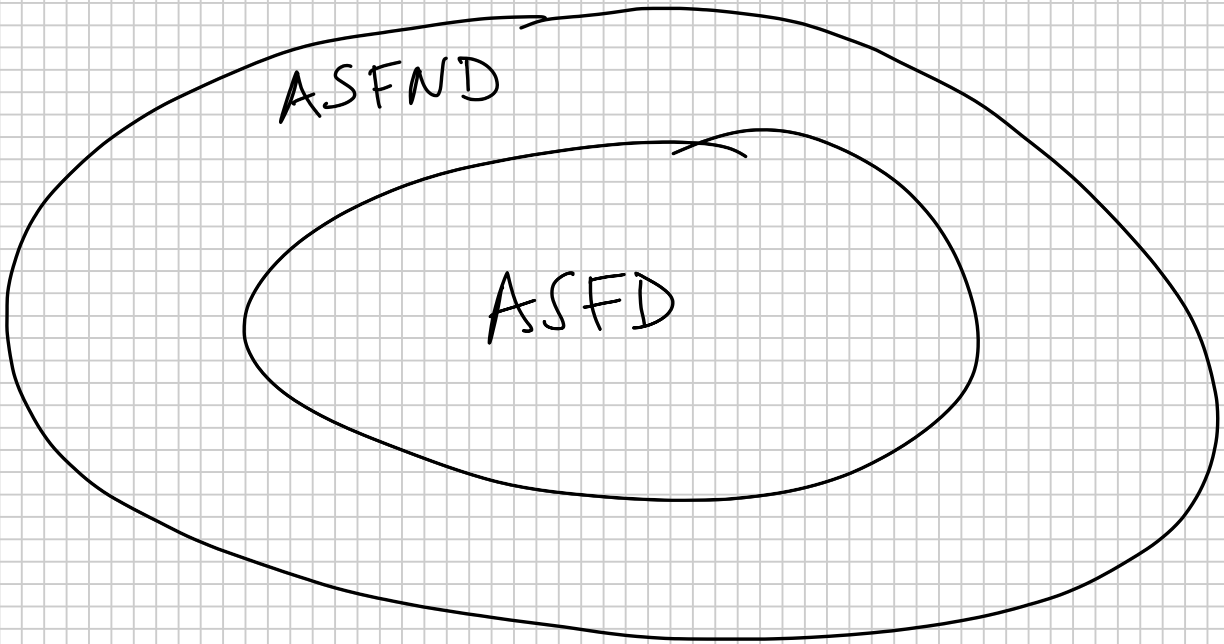


	$\emptyset$	5	$\Lambda \setminus \{\emptyset,5\}$
$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset,1\}$	$\{\emptyset,1\}$	$\{\emptyset\}$
* $\{\emptyset,1\}$	$\{\emptyset,1\}$	$\{\emptyset,1\}$	$\{\emptyset\}$

Tutti gli stati che compaiono negli incroci stato, simbolo compaiono nella colonna di SX.

Finito!

è anche l'automa minimo!



dal punto di vista ESPRESSIVO ASFND $\equiv$ ASFD

Un linguaggio L è riconosciuto da un ASFND se e solo se è riconosciuto da un ASFD

ESERCIZI

$\Lambda = \{a, b\}$ Data $\alpha \in \Lambda^*$ denotiamo con $|\alpha|_x$ il numero di occorrenze del simbolo $x \in \Lambda$ in α

p.e. $|abaabba|_a = 4$ $|aa|_a = 2$

$| \quad " \quad |_b = 3$ $|aa|_b = \emptyset$

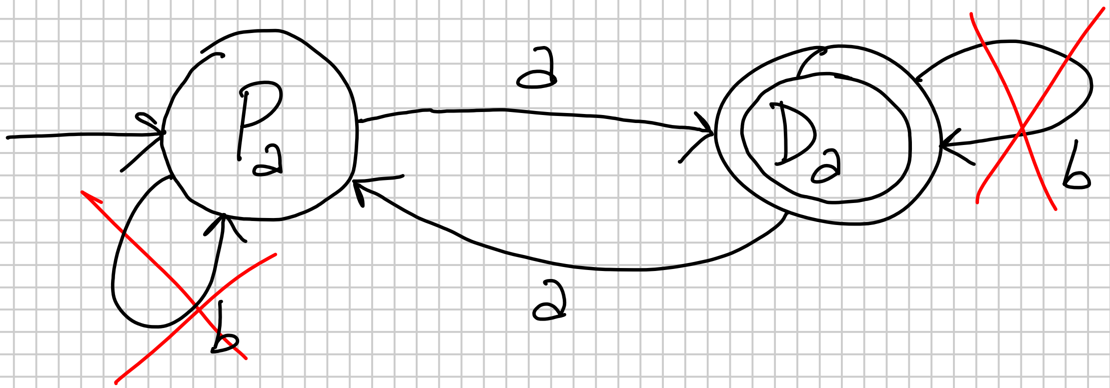
$$\mathcal{L} = \{\alpha \mid \underbrace{\alpha \in \Lambda^+}, \ |\alpha|_a \text{ è dispari}\}$$

$$\boxed{\Lambda^+ = \Lambda^* \setminus \{\varepsilon\}}$$

$baaba \in \mathcal{L}$ $\quad a \in \mathcal{L}$ $\quad bab \in \mathcal{L}$

$aab \notin \mathcal{L}$ $\quad aa \notin \mathcal{L}$ $\quad abaabba \notin \mathcal{L}$

$$A = (\{a, b\}, \{P_a, D_a\}, P_a, D_a, \delta\}$$



$$\mathcal{L}' = \{ a^n \mid n \text{ è dispari} \} \qquad \mathcal{L}' \subseteq \mathcal{L}$$

$$\mathcal{L} = \{ \alpha \mid \alpha \in \Lambda^+, |\alpha|_a \text{ è dispari} \}$$

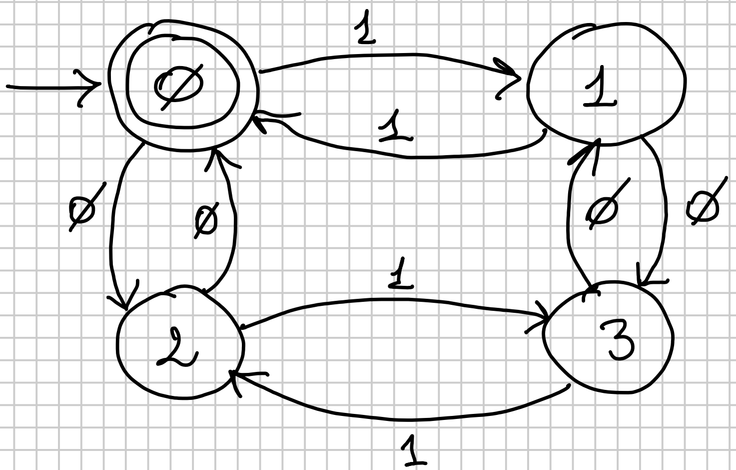
$\Lambda = \{Ø, 1\}$. Scrivere un automa che riconosce le stringhe che contengono un numero pari sia di Ø che di 1

$$\mathcal{L} = \{\alpha \mid |\alpha|_{Ø} \text{ è pari e } |\alpha_1| \text{ è pari}\}$$

$1001 \in \mathcal{L}$ $\quad$ $100 \notin \mathcal{L}$

$Ø1 \notin \mathcal{L}$ $\quad$ - -

$ØØØØ \in \mathcal{L}$



Ø – è lo stato in cui abbiamo "visto" un numero pari di Ø e di 1

1 – abbiamo visto un numero pari di Ø e dispari di 1

2 – abbiamo visto un numero dispari di Ø e pari di 1

3 – abbiamo visto un numero dispari di Ø e di 1