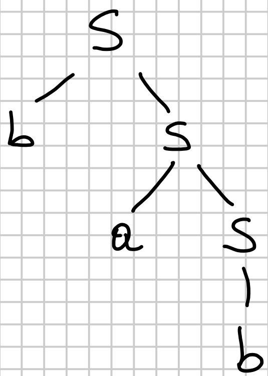
$\Lambda = \{a, b\}$ $\mathcal{L} = \Lambda^+ \setminus \{a\}$ è un linguaggio ***regolare***.

$$S \to b \mid \cancel{aS} \mid bS$$



$$S \to b \mid aA \mid bA$$

$$A \to a \mid b \mid aA \mid bA$$

$$\mathcal{L} = \{ a^n c^{n+m} b^m \mid n, m > \emptyset \}$$

$$= \{ \underbrace{a^n c^n}_{A} \underbrace{c^m b^m}_{B} \mid n, m > \emptyset \}$$

$S \to AB$

$A \to ac \mid aAc$

$B \to cb \mid cBb$

$\Lambda = \{ a, b, c \}$

$$\mathcal{L} = \{ a^n b^n c^n \mid n > 0 \}$$

non è un linguaggio libero:
non esiste una grammatica libera da contesto che lo genera.
Ci vuole una grammatica più potente dal punto di vista espressivo.

Titolo nota 08/10/2015

$\mathcal{L} = \{ a^n c^{n+m} b^m \mid n,m > 0 \}$ è libero. Non è regolare: lo dimostriamo utilizzando il Pumping Lemma.

- scegliamo un $n \in \mathbb{N}$ arbitrario
- scegliamo una stringa $w \in \mathcal{L}$, con $|w| \geq n$
- mostriamo che, per qualunque suddivisione del tipo $w = xyz$

$$|xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \Rightarrow \exists i \geq 0.\ xy^i z \notin \mathcal{L}$$

$w = a^n c^{2n} b^n$. Sia $w = xyz$ con

1) $|xy| \leq n$.
2) $y \neq \varepsilon$.

Allora: $x = a^h$ $y = a^k$ $z = a^{n-h-k} c^{2n} b^n$

$k \geq 1$ $h+k \leq n$

$h+k=n$

$$xy^0z = a^h a^{n-h-k} c^{2n} b^n = a^{n-k} c^{2n} b^n \notin \mathcal{L}$$

$\Lambda = \{a,b,c,d\}$ $\quad \mathcal{L} = \{ a b^n c^k d^m \mid k,n,m>0,\ m>n \}$ è libero ma non regolare

$$S \to aB$$
$$B \to bBd \mid bCDd$$
$$D \to d \mid dD$$
$$C \to c \mid cC$$

il linguaggio è libero.

non rappresenta tutte le possibili suddivisioni di w

$n \in \mathbb{N}$ $\quad w = ab^{n-1} c d^n \in \mathcal{L}$ $\quad |w| = \cancel{1} + n - \cancel{1} + 1 + n = 2n+1$

Sia $w = xyz$ tale che $|xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon$

dobbiamo mostrare: $\exists i \geq 0.\ xy^iz \notin \mathcal{L}$

(1) $x = ab^h \quad y = b^k \quad h+k \leq n-1 \quad k \geq 1$

$z = b^{n-1-h-k} c d^n$

$$xy^0z = a\underbrace{b^{\cancel{h}} b^{n-1-\cancel{h}-k} c d^n} = ab^{n-1-k} c d^n \in \mathcal{L} !!$$

$i = \emptyset$ non ci aiuta

$i=2$ $\quad xy^2z = ab^h b^k b^k b^{n-1-h-k} c d^n =$

$= ab^{n-1+k} c d^n \notin \mathcal{L}$ poiché

$k \geq 1 \Rightarrow n \not> n-1+k$

(2) $w = xyz \quad x = \varepsilon \quad y = ab^h \quad z = b^{n-1-h} c\, d^n$ con

$|xy| \le n \quad |y| = h+1 \le n \quad \emptyset \le h \le n-1$ $\quad y \ne \varepsilon$ significa $|y| \geq 1$

$x y^{\emptyset} z = b^{n-1-h} c\, d^n \notin \mathcal{L}$ perché non è del tipo $a\alpha$

Abbiamo fatto una DIMOSTRAZIONE per CASI

Se vogliamo dimostrare un asserto Q, possiamo dimostrare separatamente

$P \Rightarrow Q \qquad R \Rightarrow Q$ con $P \vee R \equiv T$

In $w = xyz$ con $x = a\alpha$

In $w = xyz$ con $x = \varepsilon$

Nel caso specifico:

$P \equiv x \neq \varepsilon \qquad R \equiv \neg P \equiv x = \varepsilon$

$\mathcal{L} = \{a^n b^m c^k \mid n > m+k \geq 1\}$ è libero? SI fatelo per esercizio

non è regolare

Sia $t \in \mathbb{N}$ arbitrario

$w = a^{t+2} b^{t+1}$

Sia $w = xyz$ con $|xy| \leq t$ e $y \neq \varepsilon$

$x = a^h \quad y = a^k$ con $k \geq 1 \quad h+k \leq t$

Allora $z = a^{t+2-h-k} b^{t+1}$

$$xy^0z = \cancel{a^h}\, a^{t+2-\cancel{h}-k} b^{t+1} = a^{t+2-k} b^{t+1} \notin \mathcal{L}$$

$$k \geq 1 \Rightarrow t+2-k \not> t+1$$

q.e.d.

PROGRAMMAZIONE IMPERATIVA - (frammento del) LINGUAGGIO C

- Modello di **STATO** che utilizziamo.

  ~~Insieme di associazioni $\langle$ nome, valore $\rangle$~~

FRAME e PILA di FRAME (stack)

Che cosa è un frame? Una funzione **parziale**

$$f : A \longrightarrow B$$

A e B sono insiemi

Una funzione si dice **totale** se $\forall a \in A .\ \exists b \in B .\ f(a) = b$

$$f(x) = \begin{cases} b_1 & \text{se } x = a_1 \\ b_2 & \text{se } x = a_2 \end{cases}$$

$f : A \longrightarrow B$

$a_1, a_2 \in A$

$b_1, b_2 \in B$

Rappresentazione tabellare di un frame

$f =$

a_1	b_1
a_2	b_2

$\forall a \in A .$ se $a \neq a_1 \wedge a \neq a_2$

$f(a)$ è indefinita

Una funzione parziale $f : A \to B$ viene estesa ad una funzione $f_\perp$ TOTALE

$$f_\perp : A \longrightarrow \underbrace{B \cup \{\perp\}}_{B_\perp}$$

bottom (valore speciale)

$$f_\perp(x) = \begin{cases} b_1 & \text{se } x = a_1 \\ b_2 & \text{se } x = a_2 \\ \perp & \text{altrimenti} \end{cases}$$

In generale se $f : A \to B$, $f_\perp : A \to B_\perp$ è così definita

$$f_\perp(x) = f(x) \quad \text{se } f(x) \text{ è definito } \big(f(x) \in B\big)$$

La rappresentazione tabellare è la stessa

$$f = \begin{array}{|c|c|} \hline a_1 & b_1 \\ \hline a_2 & b_2 \\ \hline \end{array} \quad \Longleftarrow \quad f_\perp$$

la rappresentazione è la stessa !!

$$f_\perp(a_1) = b_1 \qquad f_\perp(a_2) = b_2$$

$$f_\perp(a) = \perp \quad \text{per ogni } a \in A$$

$a \neq a_1$
$a \neq a_2$

OPERAZIONI SU FRAME

Aggiunta di una associazione

f

a_1	b_1
a_2	b_2

aggiunta dell'associazione tra a_3 e b_3

a_1	b_1
a_2	b_2
a_3	b_3

$$f\left[{}^{b_3}/_{a_3}\right]^{add}$$

Sia $f : A \to B$, sia $a \in A$, sia $b \in B$

allora

$$f' = f\left[{}^{b}/_{a}\right]^{add}(x) = \begin{cases} b & \text{se } x = a \\ f(x) & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$f' = f\left[{}^{b}/_{a}\right]^{add} \qquad f'(x) = \begin{cases} b & \text{se } x = a \\ f(x) & \text{altrimenti} \end{cases}$$

L'aggiunta di una associazione per $a \in A$ ha senso solo se nel frame NON c'è una associazione per a

In altre parole

$$f\left[{}^{b}/_{a}\right]^{add} \text{ è definito se } f(a) = \bot$$