

24/09/2013

- 3 ottobre dalle 16-18 non c'è lezione
 - per richieste di paraggi di corso domenicale
dal 1 al 7 ottobre allo sportello della
segreteria didattica
-

PAOLO MANCARELLA

PRL-B

www.di.unipi.it/~paolo/PRL/

↑ sito del corso

PARADIGMI

- imperativo (iterativo): linguaggio C
 - funzionale (ricorsivo): linguaggio CAML
-

IMPERATIVO

Il calcolo si ~~base~~ su transizioni di STATO

STATO: insieme di associazioni

$\langle \text{nome}, \text{valore} \rangle$ ← ASSOCIAZIONE

$\{ \langle x, 10 \rangle, \langle \text{Pippo}, 52 \rangle, \langle y, -3 \rangle \}$

$\{ \langle x, 10 \rangle, \langle x, 30 \rangle \}$ No!

Il linguaggio fornisce delle azioni per modificare lo stato

COMANDI

ASSEGNAMENTO

nome := espressione

es. $x := 32$

Semantica: si calcola il valore dell'espressione e
si modifica l'associazione per "nome"
associando a "nome" il valore calcolato

Esempio: $\{ \langle x, 10 \rangle, \langle y, 50 \rangle \} \quad x := 32$
 $\{ \langle x, 32 \rangle, \langle y, 50 \rangle \}$

$$\{ \langle x, 10 \rangle, \langle y, 50 \rangle \}$$

$$x := y + 2$$

$$\{ \langle x, 52 \rangle, \langle y, 50 \rangle \}$$

Sommare 2 al valore associato
ad y nello stato

$$\{ \langle x, 10 \rangle, \langle y, 50 \rangle \}$$

$$x := x + 1$$

$$\{ \langle x, 11 \rangle, \langle y, 50 \rangle \}$$

$10 + 1 = 11$

SEQUENZA

$C2, C1 \leftarrow$ comando

$C1 ; C2$

primo $C1$ e, nello stato risultante, esegui $C2$

$\{ \langle x, 10 \rangle, \langle y, 50 \rangle \}$

$x := x + 1 ; x := x * 2$

$\{ \langle x, 22 \rangle, \langle y, 50 \rangle \}$

CONDIZIONALE

if E then C1 else C2 fi

Se è verificata (nello stato) la **CONDIZIONE** rappresentata dalla espressione E, allora si esegue C1, altrimenti si esegue C2.

E deve essere una espr. il cui valore è VERO o FALSO
(**espressioni logiche**)

es. $x > 10$
 $y \geq z + 2$
 $x = y$

$$\{ \langle x, 10 \rangle, \langle y, 50 \rangle \}$$

if $x > y$ then $z := x$ else $z := y$ f.

$$\{ \langle x, 10 \rangle, \langle y, 50 \rangle, \langle z, 50 \rangle \}$$


$\{ \langle x, 10 \rangle, \langle y, 5 \rangle \}$ if f.

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle x, 10 \rangle \\ \langle y, 5 \rangle, \\ \langle z, 10 \rangle \end{array} \right\}$$

ITERAZIONE

GUARDIA

CORPO (body)

while E do C endw

finché è vera E esegui C

$\{ \langle x, 2 \rangle \}$ while $x \leq 7$ do $x := x + 2$ endw

$\rightarrow \{ \langle x, 4 \rangle \} \rightarrow \{ \langle x, 6 \rangle \} \rightarrow \{ \langle x, 8 \rangle \}$

STATO FINALE

while $3 > 2$ do $x := x + 1$ endw

$\{x, 2\} \rightarrow \{x, 3\} \rightarrow \{x, 4\} \rightarrow \dots$

\uparrow
va in loop

CALCOLO DEL MCD tra due numeri naturali (> 0)

$$\{ \langle x, A \rangle, \langle y, B \rangle \}$$

con $A, B > 0$

\Downarrow

$$\{ \langle x, \text{MCD}(A, B) \rangle \}$$

PROPRIETA' di MCD

- $\text{MCD}(x, x) = x$
- $\text{MCD}(x, y) = \text{MCD}(x - y, y)$
se $x > y$
- $\text{MCD}(x, y) = \text{MCD}(x, \underline{y - x})$
se $y > x$

$\{ \langle x, A \rangle, \langle y, B \rangle \}$ con $A, B > 0$

while $x \neq y$ do

commento

ad ogni iterazione
vale $MCD(x, y) = MCD(A, B)$

if $x > y$ then $x := x - y.$

else y $:= y - x$

fi

endw

nell' iterazione finale

$$x = MCD(x, x) = MCD(A, B)$$

$\{ \langle x, MCD(A, B) \rangle \}$

Esempio

$$\begin{aligned} & \text{MCD}(15, 9) \\ &= \text{MCD}(6, 9) \\ &= \text{MCD}(6, 3) \\ &= \text{MCD}(3, 3) \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\{ \langle x, 15 \rangle, \langle y, 9 \rangle \}$$

$$\{ \langle x, \underline{6} \rangle, \langle y, \underline{9} \rangle \}$$

$$\{ \langle x, \underline{6} \rangle, \langle y, \underline{3} \rangle \}$$

$$\{ \langle x, 3 \rangle, \langle y, 3 \rangle \}$$

STATO FINALE

```
while  $x \neq y$  do
  if  $x > y$ 
    then  $x := x - y$ 
  else  $y := y - x$ 
f.
endw
```

PARADIGMA FUNZIONALE

Il calcolo si basa sulla applicazione di funzioni
Si risolvono problemi definendo FUNZIONI

$$\underline{\text{let}} \ f(x, y) = (x * y) + 2 ;$$

nome

2 argomenti

Calcola il prodotto tra x e y , e aggiunge 2 a tale prodotto

applicazione di f ai valori 3, 6

$$f(3, 6) = (3 * 6) + 2 = 18 + 2 = 20$$

$$\underline{\text{let}} \quad f(x, y) = (x * y) + 2$$

$$\underline{\text{let}} \quad g(x) = x * x$$

$$f(g(3), g(4)) = \\ f(9, 16) = 146$$

$$f(3, f(4, 5)) = f(3, 22) = (3 * 22) + 2 \\ = 66 + 2 = \underline{\underline{68}}$$

↑ calcolo prima

$$f(4, 5) = (4 * 5) + 2 = 22$$

ESPRESSIONE CONDIZIONALE

if E then $E1$ else $E2$

se l'espressione logica E è vera, allora l'intera espressione ha il valore di $E1$, altrimenti ha il valore di $E2$

let $g(x) = \text{if } x \geq 0 \text{ then } x + 1 \text{ else } -x + 1$

$$g(x) = |x| + 1$$

$$g(3) = \text{if } \underbrace{3 \geq 0} \text{ then } \underbrace{3+1} \text{ else } -3+1$$
$$= 4 \quad (|3|+1)$$

$$g(-2) = \text{if } \underbrace{-2 \geq 0} \text{ then } -2+1 \text{ else } \underbrace{-(-2)+1}$$
$$= 3 \quad (|-2|+1)$$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$|3| = 3$$

$$|-4| = 4$$

$$|-322| = 322$$

ovviamente

$$|x| \geq 0$$



RICORSIONE

La possibilità per una funzione di utilizzare l'applicazione di se stessa nella sua definizione

$$\underline{\text{let}} \ f(x) = \dots \dots \dots \underbrace{f(\dots)}$$

uso della funzione
che sto definendo

$$\underline{\text{let}} \ f(x) = 2 + f(x+1)$$

$$f(3)$$
$$= 2 + f(3+1)$$

$$= 2 + f(4)$$

$$= 2 + (2 + f(4+1))$$

$$= 2 + (2 + f(5))$$

$$= \vdots$$

$$\text{let } f(x) = 2 + f(x+1)$$

while $3 > 2$ do

at $f(x) =$ if $x \leq 0$ then 1
else $f(x-1) * 2$

$$\underline{f(3)}$$

$$= 1 * 2 * 2 * 2$$

$$= 8$$

$$= \underline{f(2)} * 2$$

$$= \underline{f(1)} * 2 * 2$$

$$= \underline{f(0)} * 2 * 2 * 2$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \leq 0 \\ 2^x & \text{otherwise} \end{cases}$$

Let $\text{gcd}(x, y) =$ if $x = y$ then x

else if $x > y$

then $\text{gcd}(x - y, y)$

else $\text{gcd}(x, y - x)$

$$\text{gcd}(x, x) = x$$

$$\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(x - y, y) \quad \text{se } x > y$$

$$\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(x, y - x) \quad \text{se } y > x$$

$$\text{gcd}(45, 9)$$

$$= \text{gcd}(6, 9)$$

$$= \text{gcd}(6, 3)$$

$$= \text{gcd}(3, 3)$$

$$= 3$$