Esercizio 6.1, libro di testo

Soluzione

Tenendo in mente che ci sono vari modi per risolvere l'esercizio, di seguito ne esponiamo uno. Dati

- $P(cancer) = 0.002, \;\; P(\neg cancer) = 0.998$
- $P(+|cancer) = 0.95, \;\; P(-|cancer) = 0.05$
- $P(+|\neg cancer) = 0.03, \;\; P(-|\neg cancer) = 0.97$

assumendo che i test siano fra loro indipendenti, si ha:

- $P(++|cancer) = P(+|cancer)P(+|cancer) = 0.95 * 0.95 = 0.9025$
- $P(++|\neg cancer) = P(+|\neg cancer)P(+|\neg cancer) = 0.03 * 0.03 = 0.0009$

quindi, usando il teorema della probabilità totale, si ottiene:

$$\begin{aligned} P(++) &= P(++|cancer)P(cancer) + P(++|\neg cancer)P(\neg cancer) = \\ &= 0.9025 * 0.002 + 0.0009 * 0.97 \\ &= 0.00267 \end{aligned}$$

Ora possiamo applicare la regola di Bayes per calcolare $P(cancer|++)$ e $P(\neg cancer|++)$:

- $P(cancer|++) = \frac{P(++|cancer)P(cancer)}{P(++)} = 0.67$
- $P(\neg cancer|++) = \frac{P(++|\neg cancer)P(\neg cancer)}{P(++)} = 0.33$

Esercizio 6.3, libro di testo

Soluzione

In tutti i casi si può definire la stessa distribuzione

$$P(D|h) = \begin{cases} 1 & \text{se } D \text{ è consistente con } h \\ 0 & \text{se } D \text{ non è consistente con } h \end{cases}$$

(a) se si suppone che tutte le ipotesi siano equivalenti, cioè $P(h) = \frac{!}{|H|}$, allora tutte le ipotesi sono ipotesi MAP;

(b) si supponga che le ipotesi meno generali siano a priori più probabili, cioè si consideri una qualsiasi distribuzione dove $\forall h, h' \in H$, se h è più generale di h', allora $P(h) < P(h')$. Come esempio di distribuzione se ne consideri una in cui la probabilità a priori di una ipotesi è proporzionale al numero di attributi specificati esattamente (invece che al numero di '?').

(c) come in **(b)**: $P(D|h)$ è la stessa per tutte le ipotesi consistenti, quindi tutte le ipotesi consistenti sono ipotesi ML, ma la distribuzione a priori $P(h)$ renderà le ipotesi favorite da $FindG$ ipotesi che non sono MAP.

Esercizio 6.5, libro di testo

Soluzione

(a) MDL minimizza l'espressione

$$k_n * \log_2(n) + e_{D,h} * \log_2(m)$$

dove k_n è il numero di attributi, e $e_{D,h}$ è il numero di errori.

(b) se sono presenti molti attributi, ma solo due esempi (uno positivo e uno negativo), allora MDL sceglierà l'ipotesi vuota ed elencherà l'esempio che è classificato in modo scorretto piuttosto che scegliere una ipotesi consistente ed elencare l'attributo che essa contiene. Esistono molte altre risposte possibili, ma in generale queste richiedono più attributi che esempi.

(c) se si sceglie come distribuzioni $P(h) = n^{(-k_n)}$ e $P(D|h) = m^{-e_{D,h}}$, allora, utilizzando l'equazione 6.16 del libro di testo, si ottiene l'espressione del punto **(a)**, e quindi MDL restituirà una ipotesi MAP.

Esercizio Algoritmi Genetici

Spiegare in quali situazioni l'operatore di *crossover* può essere più o meno utile per la massimizzazione della *fitness*.

Soluzione

Intuitivamente, tutte quelle situazioni dove una soluzione (cioè una configurazione di regole che massimizza la *fitness*) può essere espressa come composizione di sottosoluzioni (soluzione fattorizzabile), sono particolarmente favorevoli per l'applicazione dell'operatore di *crossover*. Ad esempio, se il problema è quello di rispondere correttamente a tutte le domande del compitino, allora il problema può essere decomposto nei singoli sottoproblemi che corrispondono alla risoluzione delle singole domande che compongono il compitino. Quindi, se lo studente A ha risposto particolarmente bene alle prime 2 domande, mentre lo studente B ha risposto particolarmente bene alle rimanenti 2 domande, allora combinando le prime 2 soluzioni dello studente A con le ultime due soluzioni dello studente B, si ottiene un compitino perfetto. D'altra parte, se invece si considera il caso in cui il problema sia vincere una partita a scacchi, allora la startegia adottata (ad esempio, gioco di posizione) da un particolare giocatore A può determinare una dipendenza delle mosse terminali dalle mosse iniziali, che possono essere diverse da quelle iniziali di un giocatore B che adotta una strategia diversa (ad esempio, gioco aperto). Quindi, con molta probabilità combinare la prima parte della strategia del giocatore A con la seconda parte della startegia del giocatore B non porta ad alcun miglioramento della *fitness*.