L'Italia del Rinascimento

Pier Daniele Napolitani

24 giugno 2007

Indice

1 Da Galileo a Fibonacci, da Cavalieri a Moerbeke

1.1 Da dove viene Galileo?

Per raccontare questa storia è forse bene cominciare dalla fine. A Galileo, infatti, nessuno nega il titolo di padre della scienza sperimentale e della fisica moderna, in cui — a differenza della fisica aristotelica o, meglio, della "filosofia naturale" — le leggi della natura si leggono in termini geometrici e matematici. Ma, detto questo, raramente ci si sofferma a riflettere sul fatto che la fisica che inizia con Galileo ha bisogno di una matematica che ancora non c'è (il calcolo infinitesimale) e che, al tempo stesso, la matematica che "c'è" è l'erede di tradizioni complesse, ancora ben lontane dall'essere unificate (come dirà Leibniz: sarà proprio il calcolo a unificarle). Insomma: il nuovo approccio di Galileo alla filosofia naturale se da un lato rappresenta una delle forze che daranno origine alla matematica moderna, dall'altro è assai difficilmente spiegabile in termini di una sorta di riduzionismo storico: è praticamente impossibile comprendere la rivoluzione galileiana riducendola all'evoluzione della fisica dei *calculatores* di Oxford e Parigi.

Ma anche quando si voglia seguire il Koyré delle *Études galiléennes*, è assai difficile ridurre Galileo all' "archimedeismo" del Cinquecento. A quale Archimede? Forse a quello del suo professore di filosofia di Pisa, Francesco Buonamici? A quello di Francesco Maurolico, che nell'isolamento della Messina del primo Cinquecento cerca di reinventarsi l'opera di Archimede e di collocarla in un paradigma che comprenda tutto lo scibile classico e medievale? Koyré non ha certo torto nell'affermare che "la fisica classica, nata dal pensiero di Bruno, di Galileo, di Descartes" avrebbe avuto come suo "precursore e maestro" il *divino* Archimede e "l'opera scientifica del XVI secolo si potrebbe riassumere nella ricezione e comprensione graduali dell'opera di Archimede"[1]. Ma approfondire questo giudizio impone di andare a studiare il rapporto fra le varie colorazioni della tradizione archimedea della seconda metà del XVI secolo. Se ne possono infatti enumerare diverse: quella degli ingegneri e dei tecnici come Tartaglia, Giuseppe Ceredi, Giambattista Aleotti; quella degli umanisti come Federico Commandino o il suo discepolo Guidobaldo dal Monte; quella dei matematici come Maurolico, Clavio, Valerio; quella dei filosofi come Buonamici e Mazzoni.

È chiaro che qui parliamo per sineddoche: Archimede è la parte, la matematica è il tutto. La matematica che il Cinquecento eredita dalle tradizioni precedenti è quella con cui Galileo tenta di leggere il suo libro della Natura; e Archimede gli è utile almeno quanto Piero della Francesca e Guidobaldo dal Monte, senza i cui studi di prospettiva non avrebbe mai "letto" i monti della Luna nelle immagini che vedeva nel cannocchiale. E la situazione in cui si trova Galileo è anche quella di un Luca Valerio, che è forse il primo a rompere il paradigma greco, introducendo nel contesto delle problematiche classiche della geometria di misura (determinazione di "volumi" e di centri di gravità) lo studio di classi di figure generiche. È la situazione di partenza di François Viète nell'inventare l'algebra simbolica, producendo una rivoluzione ontologica nella considerazione degli oggetti matematici e un approccio nuovo alla geometria.

Insomma: dietro alle innovazioni radicali che avvengono al passaggio del secolo ci sono storie e tradizioni che si intrec-

[1]Alexandre Koyré, *All'alba della scienza classica*, nota 23, in *Studi galileiani*, "Reprints Einaudi", Torino 1979. La prima edizione francese delle *Études* è del 1939. Fra l'altro nemmeno Koyré ci sembra sfugga al "peccato" del riduzionismo storico, quando piuttosto sbrigativamente definisce Archimede come platonico.

ciano in modi molto vari e complessi. È da questo intreccio che nasce la matematica del Seicento, quella della cosiddetta “rivoluzione scientifica”, anche se, purtroppo, è un intreccio non ancora esaurientemente chiarito nei suoi vari aspetti.

1.2 I fili della tradizione

Come in ogni treccia che si rispetti, si possono indicare almeno tre fili che vi contribuiscono. Il primo è quello della cultura matematica delle scuole d’abaco, una tradizione che risale al *Liber abaci* di Leonardo Pisano e che è alla base della formazione dei mercanti, degli artisti, degli architetti e degli ingegneri, degli uomini d’arme. Secondo una felice espressione di Carlo Maccagni, è alla base della formazione dello “strato culturale intermedio”: di tutti coloro che non frequentano l’università e non si avviano verso una delle professioni liberali. Una cultura matematica diffusa tanto da arrivare a toccare quella umanistica, con cui spesso si intreccia. Se Piero della Francesca è uno dei piú notevoli esponenti di questa “cultura dell’abaco”, è però in compagnia di un umanista di primissimo piano, Leon Battista Alberti, i cui *Ludi matematici* si collocano in pieno nella tradizione abachista.

In questi ambienti di tecnici e artisti andrà crescendo nel corso del Quattrocento e del Cinquecento l’interesse per il recupero delle tradizioni matematiche antiche. Al tempo stesso giungono a maturazione spunti di ricerca nel campo dell’algebra, arte che si era sviluppata solo negli ambienti abachistici. Sarà proprio un figlio di questa cultura, Niccolò Tartaglia, a tentare entrambi questi passi. Negli anni Trenta del XVI secolo riscopre da solo la regola di Dal Ferro per ottenere le radici di un’equazione di terzo grado in funzione dei coefficienti; tenta di costruire un modello geometrico per la traiettoria dei proiettili (*Nova scientia*, 1537); traduce Euclide in volgare italiano e pubblica una silloge di scritti archimedei (1543); propone di applicare le teorie archimedee sul galleggiamento al recupero delle navi affondate (*La travagliata inventione*, 1551). Come già nel caso di Piero, anche Tartaglia si muove su uno sfondo umanista. I suoi interlocutori sono sí i "bombardieri" e i tecnici, ma anche personalità come Giovan Battista Memmo, che nel 1537 esegue una traduzione latina dei primi quattro libri delle *Coniche* di Apollonio o Diego Hurtado de Mendoza (1503–1575), ambasciatore di Carlo V, umanista, poeta e traduttore in spagnolo delle *Questioni meccaniche* aristoteliche.

Il secondo filo è appunto quello umanista. Il Quattrocento è il secolo in cui ci si accorge, non senza qualche sgomento, della complessità della filosofia antica. La nuova lettura che viene fatta di Cicerone, la riscoperta delle *Vite dei filosofi* di Diogene Laerzio e *Moralia* di Plutarco, fanno toccare con mano che l'enciclopedia che il Medioevo aveva costruito è profondamente da rivedere. Aristotele e Platone diventano filosofi tra i filosofi: si riscoprono stoici, epicurei, scettici. E questa riscoperta si accoppia, specie in Italia, a nuove esigenze sociali e politiche. Recuperare la cultura antica diventa un'imperativo per la costruzione di una nuova cultura civile. È in questo contesto che acquista senso la ricerca dei testi antichi e la costituzione delle grandi collezioni umanistiche di Roma, Venezia, Firenze, Urbino: fa parte di un'ansia di *restitutio* e di *instauratio*, di recupero e rinnovamento, che non poteva non toccare anche la scienza e la matematica. Umanisti come Francesco Filelfo (1398–1481) o Giovanni Aurispa (1376–1459) tornano dai loro viaggi a Bisanzio con codici di Apollonio, di Tolomeo, di Pappo, di Erone. Il processo di trasmissione dei testi scientifici prende nuova vita. È in questo clima che matura la nuova traduzione di Archimede voluta da papa Nicola V — il fondatore della Bibliotheca Vaticana — che sarà alla base del grande tentativo di Regiomontano (Iohannes Müller, 1436–1474) di usare il nuovo strumento della stampa (siamo appena nel 1470!) per diffondere la "nuova" cultura scientifica antica. Oltre ad Archimede, Regiomontano pensava di pubblicare le *Coniche* di Apollonio, le *Quaestiones Mechanicae*, opere di Erone, tutta una serie di trattati matematici e astronomici greci, suoi commenti ad Archimede, una discussione critica dell'Euclide di Campano.

Un tentativo destinato a fallire per la precoce morte dell'umanista e matematico tedesco; ma ciò che Regiomontano non poté portare a termine sarebbe divenuto il compito principale delle generazioni immediatamente successive. Per limitarci a una lista molto sommaria, nell'arco di pochi decenni escono il *De expetendis et fugiendis rebus* (1501) di Giorgio Valla, sorta di antologia enciclopedica ricchissima di testi matematici greci; la nuova traduzione di Euclide condotta da Bartolomeo Zamberti (Venezia, 1505), i primi testi archimedei pubblicati da Luca Gaurico (Venezia 1503), l'*editio princeps* del testo greco di Euclide (Basilea, 1533), la traduzione di Memmo delle *Coniche* (Venezia, 1537), la traduzione italiana di Euclide e l'edizione di varie opere di Archimede fatte da Tartaglia (entrambe Venezia 1543), l'*editio princeps* di Archimede con testo greco e latino (Basilea, 1544).

Il terzo filo è quello che potremmo chiamare della tradizione filosofica. Anche qui ci sono radici lontane: possiamo risalire all'ambiente della corte papale di Viterbo del XIII secolo e a Guglielmo di Moerbeke, il grande traduttore medievale di Aristotele e Proclo, che nel 1269 traduce a Viterbo quasi tutto il *corpus* delle opere di Archimede. Gli studi di Agostino Paravicini-Bagliani hanno fatto ben vedere come nel XIII secolo Viterbo diventi un centro di cultura e di scienza di prima grandezza, frequentato da personaggi come Campano da Novara, Ruggero Bacone, Witelo, John Pecham. In questo ambiente si sviluppa il tentativo di sorreggere le teorie filosofiche con descrizioni geometriche, tentativo accompagnato da un grande sforzo di recupero dei testi del sapere matematico antico e contemporaneo. Accanto a Guglielmo, a Viterbo opera Campano da Novara, editore di un *Euclide* che farà testo fino almeno a metà del XVI secolo e di varie opere astronomiche. Nell'*Ottica* di Witelo confluiscono le teorie filosofiche di Bacone, le ricerche arabe, la geometria di Euclide e altri testi greci, forse tradotti dal suo amico Guglielmo cui l'*Ottica* è dedicata. La *Perspectiva communis* di Pecham diffonderà nella cultura medievale e rinascimentale le ricerche di ottica nate e sviluppate in quella stagione.

In questa tradizione la descrizione matematica dei fenomeni naturali acquista un notevole peso, ma prevale su di essa la spiegazione metafisica, la ricerca delle cause. Una tendenza che permane in Biagio Pelacani, filosofo della seconda metà del XIV secolo, che acquisterà una notevole fama come matematico dell'università di Padova: studioso di ottica, questa disciplina permane per lui un campo di indagine filosofico. La riscoperta nei primi anni del XVI secolo delle *Questiones mechanicae* pseudoaristoteliche, darà luogo per tutto il secolo a una discussione che punta a collocare la meccanica dei "vili meccanici" nel contesto della "scienza". Verso la fine del secolo, Francesco Buonamici tenterà di integrare le novità matematiche apportate dalla riscoperta dei classici nella teoria aristotelica del moto degli elementi. Come ha dimostrato Mario Helbing, Buonamici conosce bene i *Galleggianti* e ha assimilato le teorie archimedee del galleggiamento. Ma dopo averle esposte nel V libro del suo *De motu*, osserva che esse, per quanto utili, non costituiscono una soddisfacente spiegazione del fenomeno, che deve essere invece ricercata nella natura aerea o ignea del corpo immerso. Posizioni in consonanza, tutto sommato, con quelle di Iacopo Mazzoni. Questo amico di Galileo finirà coll'assumere posizioni sul moto di caduta dei corpi chiaramente basate sulla lettura di Archimede e sulla sua vasta cultura matematica. Ma la critica all'idea aristotelica che la velocità di caduta sia proporzionale al peso del corpo non impedisce che permangano posizioni di ben altro tipo. L'astronomo, per esempio, potrà sí sbizzarrirsi a determinare matematicamente modelli che diano conto delle anomalie del moto lunare, ma la vera ragione di tali anomalie potrà essere assegnata solo dal filosofo naturale: al novilunio la Luna cerca di allontanarsi dalla Terra quanto piú può per ricevere il massimo di illuminazione dal Sole, e al plenilunio farà lo stesso, perché essendo già completamente illuminata, vuole il piú possibile sfuggire al cono del'ombra terrestre.

1.3 Intreccio italiano

1.3.1 I nodi vengono al pettine

Un primo punto che dovrebbe già emergere da quanto abbiamo detto fin qui, è che i tre filoni in cui si sviluppano le matematiche fra il XIII e il XVI secolo sono ricchi di intrecci e di collegamenti, intrecci che si fanno sempre piú stretti e complessi via via che ci si avvicina al Cinquecento. Pur mantenendo interessi e tendenze caratterizzanti, si vede bene come una tradizione ne rinforzi un'altra, come lo stesso personaggio sia spesso coinvolto in ricerche e discussioni tipiche di ambiti a priori assai diversi.

Esemplari da questo punto di vista sono le figure di Girolamo Cardano (1501–1576) o di Giovan Battista Benedetti (1530–1590). L'*Ars Magna*, come è ben noto, divulgò in tutta Europa i risultati algebrici delle scuole d'abaco italiane. Sempre nella scia della tradizione abachistica, Cardano studia problemi del gioco dei dadi e degli scacchi, progetta meccanismi. Ma, medico di fama, possiede una formazione umanistica che gli permette di citare in greco Aristotele e Galeno; o di utilizzare la sua padronanza di Euclide nel campo della filosofia naturale.

Benedetti studia con Tartaglia a Venezia, esordisce ancora giovanissimo con uno scritto "contra Aristotelem et omnes philophos" in cui — utilizzando i *Galleggianti* di Archimede nell'edizione tartagliana del 1543, le *Coniche* tradotte da Memmo oltre naturalmente Euclide e altri materiali della matematica greca — cerca di dimostrare l'infondatezza della proporzionalità aristotelica fra velocità e peso nella caduta dei gravi. Nella sua maturità, al servizio dei Farnese di Parma prima e dei Savoia poi, si occuperà della teoria degli orologi solari e proporrà, nel *Diversarum speculationum liber* una riforma della teoria euclidea delle proporzioni.

In Benedetti i fili delle varie tradizioni appaiono cosí strettamente intrecciati da risultare quasi indistinguibili. In effetti, siamo arrivati alla fine del Cinquecento e due fattori hanno agito in modo potente. Il primo è il recupero quasi integrale della matematica greca classica. Dopo la stagione delle edizioni basileesi, dopo Maurolico, Commandino e Clavio, ormai i testi di Euclide, Archimede, Apollonio, Pappo, Teodosio, Menelao, Tolomeo, sono disponibili in piú di un'edizione a stampa; anzi, alcuni di essi sono perfino tradotti in volgare. Inoltre, questi testi cominciano a essere assimilati; la loro problematica lettura si trasforma in precisi programmi di ricerca. Un fenomeno particolarmente evidente nell'alveo della tradizione archimedea.

Nel 1565 Federico Commandino pubblica a Bologna il *Liber de centro gravitatis solidorum*, in cui cerca di fornire la determinazione del centro di gravità del paraboloide e di altri solidi. Le manchevolezze, ma anche le intuizioni, di Commandino, daranno il via a una trentina d'anni di studi in cui si impegneranno Simon Stevin, Michel Coignet, Cristoforo Clavio, il giovane Galileo. Francesco Maurolico, in precedenza, vi aveva già dedicato uno studio. Il successo arriderà pienamente solo a Luca Valerio, che porrà il problema in termini nuovi e piú generali e riuscirà a determinare il centro di gravità di tutti i solidi della matematica classica. Il *De centro gravitatis solidorum libri tres* (Roma, 1604) di Valerio è uno di quei testi che segnano la fine dell'impostazione classica e la nascita della matematica moderna. Parallelamente, le discussioni che hanno attraversato tutto il Cinquecento sulle *Quaestiones mechanicae* attribuite ad Aristotele sfociano nel *Mechanicorum liber* (1578) di un grande allievo di Commandino, Guidobaldo dal Monte e — soprattutto — nelle *Mecaniche* (1594 circa) di Galileo in una nuova concezione della meccanica: non piú arte, ma scienza; non piú mezzo per ingannare la natura con l'empiria delle macchine, ma campo in cui si dispiega tutta la potenza della modellizzazione geometrica.

Il recupero integrale del *corpus* della matematica classica ha imposto un nuovo paradigma unificante, che assorbe quello della cultura dell'abaco; comincia a affermarsi in filosofia naturale con i lavori di Benedetti, di Guidobaldo del Monte, del giovane Galileo; impone una scelta di campo di studio alla figura dell'umanista interessato ai testi scientifici: o filologo-bibliofilo, o matematico.

L'altro fattore decisivo che spinge a una profonda trasformazione delle discipline matematiche è l'invenzione della stampa. È infatti questo nuovo strumento che permette il diffondersi rapido delle nuove traduzioni di testi: nell'arco di meno di quarant'anni la stampa rende accessibile al pubblico (su una scala fino ad allora impensabile) gran parte delle opere della matematica greca e i piú importanti risultati della matematica latina e arabo-latina medievale. Il sapere matematico classico e non, che in varie forme e seguendo intricate tradizioni aveva circolato nel Medioevo e nel primo Rinascimento ma sempre in ambiti definiti da una rete di conoscenze personali o dalla possibilità di accesso a raccolte librarie di patroni o di regnanti, è ora a disposizione di chiunque voglia accostarvisi.

È grazie alla stampa che nel corso dei primi tre quarti del XVI secolo comincia a formarsi una comunità di matematici che condivide lo stesso paradigma, quello della "nuova matematica antica" che il Quattrocento e il primo Cinquecento sono riusciti a recuperare. Si tratta di una comunità ancora piccola, ma non trascurabile, e fortemente legata: Clavio conosce Maurolico, ne eredita scritti e ispirazione, il giovane Galileo si reca a Roma per studiare con Clavio, per poi rivolgersi piuttosto a Guidobaldo, allievo di Commandino — che a sua volta era in corrispondenza con Maurolico — e Guidobaldo, oltre a essere in stretti legami epistolari con Clavio legge e commenta le prime opere di un allievo di Clavio, Luca Valerio, il quale conosce Galileo a Pisa ... E si tratta solo di alcuni esempi, che potrebbero essere allargati a praticamente tutti coloro che si dedicano a studi matematici nella seconda metà del Cinquecento. Si tratta di una comunità relativamente *aperta*, in cui il sapere e le scoperte non vengono gelosamente custoditi come avveniva nel mondo dei maestri d'abaco (si pensi agli strani rapporti fra Tartaglia e Cardano sulle equazioni di terzo grado). Anzi, in questa comunità non ci si scambiano solo (come avveniva fra gli umanisti del Quattrocento) testi e informazioni su testi: ci si scambiano anche — e soprattutto — temi di lavoro, ipotesi da verificare, congetture da dimostrare.

1.3.2 Una comunità italiana?

Ci si potrebbe porre un'interrogativo: in che senso tutto questo intrecciarsi di tradizioni e di testi appartiene all'Italia? Si può parlare in qualche modo di "scuola" o "scuole" italiane di matematica fra il Duecento e il Seicento? O si tratta di un riflessi di movimenti culturali piú vasti, europei? A nostro avviso, con la parziale eccezione del filone "filosofico", i fenomeni che abbiamo descritto sono profondamente legati alla realtà sociale e culturale della penisola.

La cultura dell'abaco è un prodotto profondamente legato alla rivoluzione mercantile dei secoli XII-XIII e al ruolo che svolsero le repubbliche marinare italiane: Fibonacci, capostipite di tutta questa tradizione è veramente figlio della sua Pisa. I circoli scientifici di Viterbo da cui nasce la prima traduzione latina del *corpus* archimedeo e in cui si codifica l'ottica medievale sono intimamente legati al Papato e si collocano all'interno di un panorama culturale che non può far astrazione da quello che era stata la corte di Federico II, *stupor mundi*, e dal contesto della lotta fra il papato e la casa di Svevia per il controllo dell'Italia.

Né meno italiano è l'umanesimo civile che si sviluppa a Firenze e a Venezia nel corso del Quattrocento. Una temperie culturale che permette lo scambio di esperienze e attività fra umanisti, tecnici, artisti. Non si può infatti intendere l'umanesimo come una ricerca adorante e sterile del passato: è piuttosto una lotta sia con la forma che con i contenuti della cultura classica, lotta che viene condotta in nome dei bisogni e delle sensibilità politiche e sociali del tempo, con un'energia e una visione nuove. Italiano è così il fenomeno che permette nel corso del Quattrocento di accumulare nelle biblioteche i tesori scientifici del mondo classico: prodromo necessario alla riappropriazione del'eredità della matematica greca.

Per farla breve, l'Italia che per più di due secoli fu quasi "sovrana del mondo" (Josef Macek), manifestò un ruolo guida anche nel campo delle matematiche che diventano espressione della cultura rinascimentale che si sviluppava nelle corti e nelle repubbliche fra il XIII e il XVI secolo. E come certi alberi da frutto che danno il loro più abbondante raccolto prima di morire, la cultura matematica del rinascimento italiano produsse — paradossalmente — i suoi risultati più alti e duraturi quando ormai la società che l'aveva prodotta era in via di scomparire, passando il testimone ai paesi di Oltralpe, in special modo la Francia e i Paesi Bassi.

1.3.3 Questo contributo

Va da sé che non potremo qui dipanare tutti i vari fili cui abbiamo accennato qui sopra e studiare da vicino i loro intrecci come meriterebbero. E non solo per ovvi problemi di spazio: chiarire fino in fondo questo intreccio è *il* problema storiografico principale tutt'oggi aperto, ove si voglia capire il fenomeno della nascita della matematica moderna e dei suoi legami con la società che la produsse.

Ci limiteremo a seguire due temi — quello della trasmissione dei testi classici (in particolare quelli di Archimede, § 3) e quello della cultura delle scuole d'abaco(§ 2) — e a indicare — anche se quasi di sfuggita — quale sia stato il loro contributo in due delle innovazioni cruciali di fine Cinquecento: l'invenzione dell'algebra da parte di Viète (§ 2.3.2) e la nascita della nuova meccanica galileiana (§ 4).

Al tempo stesso, la riflessione sui contributi di Viète e di Galileo ci farà vedere come le varie tradizioni dell'Italia del Medioevo e del Rinascimento abbiano contribuito a far nascere — nelle scienze matematiche come in cosí tanti altri campi — qualcosa di radicalmente nuovo. Ma, come discuteremo nell'ultimo paragrafo conclusivo, anche nel campo della matematica i contributi creati dall'Italia rinascimentale fruttificheranno fuori di essa. Saranno gli "oltramontani" del Seicento — Descartes, Huygens, Leibniz, Newton — a trasformare il rigoglio della tradizione italiana negli inizi della matematica che oggi conosciamo.

2 La cultura dell'abaco

2.1 Matematica e società: il *Liber abaci* di Leonardo Fibonacci

Il 1202 è, per l'Occidente latino, l'anno di una rivoluzione culturale di enorme portata. Leonardo Fibonacci pubblica un suo ponderoso trattato, il *Liber abaci*, destinato a influire profondamente sulla società del suo tempo. Come osserva Enrico Giusti:

> Quando il *Liber Abaci* vide la luce, ottocento anni or sono, la matematica nell'Occidente cristiano era praticamente inesistente: se si eccettuano le traduzioni dall'arabo che alla fine del XII secolo un gruppo di studiosi andava conducendo nella Spagna mussulmana, traduzioni che riguardavano soprattutto i grandi classici (Euclide in primo luogo) dell'antichità greca, ben poco circolava in Europa all'inizio del Duecento. Soprattutto ben poco di comparabile per mole e per profondità a quanto Leonardo Fibonacci avrebbe reso pubblico nel 1202[2].

[2]E. Giusti, *Matematica e commercio nel Liber Abaci* in *Un ponte sul Mediterraneo*, p. 93.

Il valore eccezionale dell'opera di questo figlio di un funzionario della Repubblica pisana non sta però in risultati particolarmente originali. Leonardo fu un matematico di genio, ma la sua originalità risplende in altre sue opere, quali il *Liber quadratorum* o il *Flos*; non nel *Liber abaci*, che si presenta piuttosto come una compilazione esauriente delle conoscenze elementari raggiunte dai matematici arabi un paio di secoli prima. È lo stesso Leonardo a narrare la genesi del suo lavoro in una pagina famosa del "Prologo" della sua opera. Mio padre — racconta — funzionario della dogana pisana nella città maghrebina di Bugia, mi volle portare con sé, e mi fece studiare l'*abbacus*. In poco tempo un bravissimo maestro mi introdusse all'arte delle nove "figure indiane" [le 9 cifre]; scienza che tanto mi piacque che me ne andai in giro in vari scali commerciali in Egitto, in Siria, in Grecia, in Sicilia e in Provenza per impararne piú che potessi. E quello che ho imparato, e poi perfezionato con lo studio personale lo riporto nei quindici capitoli di questo libro.

Il trattato è molto vasto (nell'edizione di Baldassarre Boncompagni, quasi 500 pagine *in-quarto* grande) e può essere visto come diviso in quattro parti: la prima (i primi sette capitoli) insegna i fondamenti dell'aritmetica (le cifre "indiane", la notazione posizionale, gli algoritmi di calcolo con numeri interi e frazioni). A questa seguono i capitoli di "matematica per mercanti": cambi di monete, pesi e misure, acquisto e vendita di merci, baratti, società (capitoli 8–11). La terza parte contiene problemi "dilettevoli e curiosi": fra questi il famoso problema dei conigli, che dà luogo alla famosa successione di Fibonacci (1, 2, 3, 5, 8, 13 ...: capitolo 12). La quarta parte contiene tecniche e problemi piú complessi e astratti: dalla regola della "doppia falsa posizione" (cap. 13) a estrazioni di radici quadrate e cubiche (cap.14); dalla teoria delle proporzioni geometriche all'algebra (cap. 15).

Nessuno di questi argomenti (pur trattati, va detto subito, con grande chiarezza e virtuosismo) va oltre le conoscenze della matematica araba di quel periodo: le resta anzi piuttosto indietro, attestandosi al livello delle conoscenze raggiunte dagli Arabi grosso modo al tempo di Abū Kāmil (850–930). In che senso, allora, il *Liber abaci* può essere pensato come una "rivoluzione culturale"? Dopo la lettura di questa sommaria descrizione, il lettore potrebbe domandarsi: tutto qui? Un'opera capitale nella storia del pensiero umano sarebbe un volumone in cui sostanzialmente si insegna solo a fare le quattro operazioni? Non è roba da elementari?

Sí, è roba da elementari. Delle *nostre* scuole elementari. E proprio il fatto che questa matematica si sia radicata a tal punto nella nostra cultura da potere e dovere essere insegnata ai bambini insieme con l'alfabeto è la prova che attraverso il *Liber abaci* si veicolò una rivoluzione culturale. D'altra parte, tutti noi siamo ormai viziati dai calcolatori. Ormai qualunque calcolo è diventato una faccenda meccanica, che si sbriga senza fatica pigiando qualche tasto di una calcolatrice.

Ma, senza una calcolatrice, saremmo capaci di fare la divisione di settecentotrentadue milioni cinquecentoventunomila duecentocinquantasei per ottantacinquemila cinquecentosettantotto? Si noti: abbiamo scritto i numeri in lettere e non in cifre. Per complicare l'esperimento mentale, sarebbe il lettore capace di effettuare questa divisione *senza* usare la notazione posizionale? Usando, per esempio, la numerazione romana:

$$\overline{\overline{\mathrm{DCCXXXII}}}\,\overline{\mathrm{DXXI}}\,\mathrm{CCLVI} : \overline{\mathrm{LXXXV}}\,\mathrm{DLXXVIII}$$

Occorrebbe un pallottoliere[3], molta pazienza, e (per riuscire a fare il calcolo in tempi ragionevoli) un grande allena-

[3] O meglio un "abaco" il piú semplice e il piú antico strumento di calcolo. L'abaco dei Romani era fatto con una tavoletta di legno o terra-

mento e una notevole predisposizione. Un calcolo del genere non sarebbe certo un fatto intellettualmente banale ....

Ma usando la notazione posizionale, e supponendo che alle elementari il soggetto del nostro esperimento abbia avuto una brava maestra, la divisione 732.521.256 : 85.578 ridiventa un semplice affare di applicare in maniera *meccanica* regole ben precise: un *algoritmo*. Invece di pigiare 16 tasti di una calcolatrice possiamo recitato il rilassante mantra che la maestra delle elementari chi ha insegnato: "l'8 nel 73 sta 9 volte e avanza 1 ..." Ci metteremo un po' di piú, ma arriveremo lo stesso a trovare il quoziente e il resto, indipendentemente da quali e quanto grandi possano essere dividendo e divisore.

Detto in altri termini: l'uso della notazione posizionale permette di sviluppare algoritmi efficienti che in linea di principio possono trattare le operazioni con numeri arbitrariamente grandi. E introdurre, e diffondere, questa possibilità e il *know-how* che essa richiede nella società dell'Occidente latino all'inizio del XIII secolo fu, senza esagerazione, un'innovazione paragonabile a quella dell'introduzione del calcolatore elettronico nella seconda metà del XX secolo.

cotta con delle scanalature parallele. Su ciascuna erano rappresentate le lettere del sistema di numerazione romano. La prima a destra era quella delle unità semplici (I), la seconda quella delle decine (X), la terza quella delle centinaia (C) e cosí via. Nelle scanalature si inserivano i *calculi*, sassolini che servivano per contare le unità del relativo ordine. È da questi sassolini che deriva la parola "calcolo". Nel Medio Evo (verso l'anno 1000, al tempo di papa Silvestro II, Gerberto di Aurillac) l'abaco fu semplificato e al posto dei sassolini furono introdotti gettoni contrassegnati con nove segni differenti, le "figure" per le unità da 1 a 9. In pratica si otteneva una notazione posizionale, che però in assenza di adeguati algoritmi e in assenza di adeguati metodi per registrare i calcoli intermedi necessari, rendeva l'esecuzione delle operazioni e soprattutto della divisione un affare piuttosto complicato, specie se in presenza di numeri grandi. Spero che queste sintetiche osservazioni possano bastare a dare almeno un'idea delle complicazioni dell'aritmetica pre-*Liber abaci*.

Il XII secolo era stato il secolo del risveglio dell'Occidente. L'onda alta della civiltà araba e islamica cominciava appena a declinare, ma le Crociate e le imprese militari e commerciali delle repubbliche marinare, avevano dato al Mediterraneo una nuova centralità nelle complesse relazioni fra il mondo latino, quello del Maghreb, il Vicino Oriente turco e l'Impero bizantino. Il commercio e l'industria dell'Occidente ricevono in questo secolo un impulso decisivo. In tutto il Mediterraneo — islamico e cristiano — sorgono basi commerciali delle città marinare italiane, diventate essenziali per assicurare rifornimenti e collegamenti. Anche se proprio in questo secolo il mondo islamico reagirà all'offensiva delle crociate (il Saladino riconquista Gerusalemme nel 1187, la dinastia berbera degli Almohadi dà, nel 1160, unità politica al Maghreb — fatto unico nella sua storia), il ruolo cruciale dei mercanti pisani, genovesi e veneziani non verrà mai messo veramente in discussione.

Alla società dell'Italia di quel tempo si aprivano di anno in anno, se non di giorno in giorno, orizzonti nuovi, quasi sconfinati: pochi decenni dopo la pubblicazione del *Liber abaci*, Giovanni da Pian del Carpine prima, Marco Polo poi, avrebbero rivelato a un Occidente quasi incredulo le sterminate ricchezze e potenzialità della Cina e dell'Estremo Oriente. Era, per usare un anacronismo, una società che si andava rapidamente globalizzando. E per continuare in questo parallelo, cosí come la globalizzazione che stiamo oggi vivendo sarebbe impensabile senza i calcolatori e le reti informatiche, cosí lo sviluppo della società del Duecento reclamava dei mezzi matematici adeguati alla sua espansione. Il lettore pensi alle complicazioni che un mercante si trovava ad affrontare: una moltitudine di sistemi di unità di misura (quasi ogni città aveva il suo), il problema del cambio delle monete, il problema di fondare e amministrare società abbastanza grandi e ricche per reggere una concorrenza che ormai non era piú su scala regionale, ma spaziava dal commercio della lana inglese a quello delle pelli di capretto maghrebine, dal traffico delle spezie all'esportazione di canapa grezza, su scala "mondiale". Le cifre che bisognava saper maneggiare non erano piú quelle dei conti di piccole e modeste imprese familiari, agevolmente trattabili con un po' di pratica; erano ormai in gioco cifre (e interessi) enormi.

Leonardo, nelle sue peregrinazioni di studio nei vari fondachi commerciali di Egitto e di Provenza, di Barberia e di Siria, capí a fondo questa profonda necessità del suo tempo: e, genialmente, riuscí a trasferirla in un'opera che, per completezza, per mole, per chiarezza di esposizione, sfida le sue stesse fonti arabe e crea qualcosa di completamente nuovo. Per la prima volta, dopo la sua invenzione da parte dei Greci nel V secolo a.C., la matematica si compenetra nella società. Nel 1202 nasce una società che pone alla base delle sue transazioni un linguaggio, un metodo e un approccio matematici.

Da questo punto di vista persino le parti piú astratte del *Liber abaci* hanno un sapore profetico. Per esempio, le "questiones aliebrae et almuchabalae", apparentemente assai lontane dai possibili interessi di un mercante (in effetti legate invece a problemi di calcolo degli interessi), si svilupperanno nel corso dei secoli successivi fino a far diventare l'algebra il linguaggio-base di tutta la matematica.

2.2 Le scuole d'abaco

Ma tutte le grandi innovazioni richiedono qualche tempo prima di essere pienamente e generalmente accettate. Anche la sola introduzione del "calcolo indiano" non poteva non suscitare diffidenza da parte di chi, privo della necessaria confidenza con le nuove tecniche, temeva di non riuscire a controllare quei giochi di prestigio a nove cifre ...[4]. A questo si aggiunga che Il *Liber abaci* è tutt'altro che un libro facile, divulgativo, soprattutto se si pensa che si inseriva in un contesto di cultura matematica ancora estremamente arretrato e certo incapace di padroneggiare l'enorme quantità di metodi e problemi che Leonardo vi proponeva. Si pone cosí il problema della divulgazione: il testo di Fibonacci ne costituí la base e l'inizio, ma non ne poteva essere il veicolo principale.

Lo svilupparsi di reti commerciali sempre piú vaste, l'espandersi delle dimensioni delle imprese e le conseguenti esigenze di adeguare i sistemi di contabilità, fecero sí che le diffidenze iniziali si andassero rilassando nel corso del Duecento: Fibonacci stesso nel 1241 fu incaricato dal Comune di Pisa di tenere corsi per i suoi funzionari. Nasce cosí la figura del "maestro d'abaco"; prende piede un'istituzione fondamentale per la storia d'Europa: la "scuola d'abaco". La sua diffusione, ancora esitante nel XIII secolo, diventa impetuosa nel corso del Trecento e del Quattrocento. Nella sola Firenze, tra l'ultimo ventennio del Duecento e il primo quarantennio del Cinquecento operarono a Firenze una settantina di abacisti, quasi tutti maestri d'abaco, e si ha notizia di venti scuole d'abaco. Verso la fine del Quattrocento, almeno il 25% dei ragazzi in qualche modo "scolarizzati" frequentava questo tipo di scuole; nella Venezia del Cinquecento la percentuale sale addirittura al 40%.

Alla scuola d'abaco si entrava circa all'età di dieci anni, dopo aver imparato a leggere e a scrivere a quella di grammatica[5]; il corso durava circa due anni. Le scuole d'abaco erano

[4] A Firenze, all'inizio del XIV secolo viene vietato l'uso delle cifre arabe nei documenti legali se non accompagnato anche dall'espressione dei numeri in lettere: testimonianza al tempo stesso della diffusione del nuovo strumento e della diffidenza con cui viene ancora visto

[5] Come osserva Elisabetta Ulivi (*Scuole e maestri d'abaco in Italia tra*

ovviamente frequentate da coloro che volevano dedicarsi alla mercatura ma anche da chi intendeva entrare nelle botteghe artigiane per diventare architetto, pittore o scultore. Erano per la maggior parte istituite e sovvenzionate dai Comuni, ma molte (a Firenze, per esempio) erano private. È in queste scuole che si formarono alcuni dei grandi nomi del nostro Rinascimento: Piero della Francesca, Michelangelo, Machiavelli, Leonardo (per non citare che i piú famosi fra quelli per cui esiste una documentazione certa) provengono da questo ambiente culturale e alcuni di essi, come Piero e Leonardo, lo alimentarono attivamente.

Fra il XIII e il XVI secolo la scuola d'abaco sarà la scuola di quello strato culturale intermedio che è al tempo stesso il produttore e il fruitore principale della matematica abachistica. È lo strato culturale cui appartengono coloro che non sono illetterati, ma nemmeno ambiscono alle professioni liberali — medicina, diritto, teologia. Sostanzialmente estranei alla cultura universitaria legata inscindibilmente al latino, sviluppano una cultura parallela, che potrebbe chiamarsi cultura dell'abaco, dal nome delle scuole in cui si formano i mercanti, gli artisti, i tecnici, gli uomini d'arme, gli stessi nobili.

Che matematica vi si insegnava? Essenzialmente gli argomenti che abbiamo riassunto descrivendo il *Liber Abaci*, ma attraverso lo strumento del "trattato" o del "libro d'abaco". Warren van Egmond ne ha recensito un gran numero, e il Centro Studi della Matematica Medioevale dell'Università di Siena ne ha pubblicato diversi; se ne conoscono attualmente

Medioevo e Rinascimento, in *Un ponte sul Mediterraneo*, "talvolta — e soprattutto piú avanti nel tempo — l' apprendimento dell'abaco, o perlomeno dei primi rudimenti di calcolo, poteva comunque avvenire parallelamente a quello della scrittura e della lettura, sotto la guida di uno stesso maestro". È famoso il caso di Tartaglia, che frequentò una scuola d'abaco di Brescia appunto per imparare a leggere, ma, per mancanza di soldi poté arrivare appena alla lettera "K" circa trecento. Il libro d'abaco diventa una sorta di prontuario di "esercizi" che serve al maestro per insegnare ai suoi scolari. La matematica della cultura dell'abaco prende infatti una strada molto diversa da quella della matematica classica e anche (sia pur in misura minore, date le sue origini) da quella araba. La struttura assiomatico-deduttiva scompare quasi completamente, l'insegnamento avviene per esposizione ripetuta a casi esemplari: il libro d'abaco ne costituisce appunto una riserva che il maestro potrà — avendone le capacità — ampliare. Lo scolaro, esercizio dopo esercizio, arriverà a poter trattare, oltre all'aritmetica e ai suoi algoritmi quei problemi che è destinato a incontrare quotidianamente nella sua vita professionale: interessi, società, compagnie, baratti, cambi di monete e di misure, problemi di geometria pratica (misure di campi, di capacità, di distanze).

2.3 La nascita di un nuovo sapere

La cultura dell'abaco si dota cosí di una sua matematica: una matematica nuova per una società nuova, che sembra aver dimenticato il modello greco. Sembrerebbe, da quanto siamo venuti dicendo, una perdita secca: non a caso, come discuteremo fra breve, il Medioevo non riuscirà a cogliere e ad apprezzare di Archimede che gli aspetti che piú si prestavano a essere trasformati in regole pratiche: la misura del cerchio e quella della sfera. Eppure è proprio negli ambienti delle scuole d'abaco che si sviluppano i primi passi in avanti rispetto alle conoscenze classiche. Ci limiteremo ad accennare a due esempi: la nascita della prospettiva teorica e la teoria delle equazioni.

2.3.1 La prospettiva

Abbiamo già accennato come la scuola d'abaco fosse molto spesso uno dei luoghi di formazione degli artisti. Il Quattrocento aveva visto lo sviluppo dell'arte della prospettiva, soprattutto con l'opera di Filippo Brunelleschi, che tuttavia non lasciò alcun scritto in materia. È Leon Battista Alberti il primo a cercare di fornire una trattazione teorica nel *De Pictura* (1435).

Alberti, ben noto come umanista, sembra dovere buona parte della sua formazione matematica alla cultura dell'abaco. Il *De Pictura* infatti ha una struttura geometrica molto debole, legata piú alle procedure pratiche degli artisti che allo sviluppo di un discorso teorico. Ma, soprattutto, Alberti è anche l'autore dell'*Ex Ludis rerum mathematicarum*, una raccolta di problemi di "matematica pratica" che sembrano da un lato fortemente risentire della sua formazione di architetto[6] e dall'altro echeggiano di temi e problematiche dovute alla sua formazione umanistica — Vitruvio, Columella, Euclide e Archimede — verso cui però si avverte l'imbarazzo e la difficoltà dell'autore. Le regole per misurare i corpi solidi sono difficili, dice, e teme di "non poterle dire se non come le dissono gli antichi, e loro le dissono in modo che con fatica e cognizione di matematica e appena si comprendano".

In effetti proprio in quegli anni stava avvenendo il recu-

[6]I problemi affrontati riguardano la misurazione dell'altezza di una torre, della larghezza di un fiume, o di una profondità; la costruzione di orologi solari; la misurazione di campi (qui Alberti cita esplicitamente Leonardo Pisano); la costruzione di livelle e di bilance; il disegno di piante e la misurazione di distanze anche molto grandi; la costruzione di "contamiglia"; il problema di determinare il saggio dell'oro in un miscuglio. Qui Alberti si ferma, promettendo a Meliaduso d'Este, cui i *Ludi* sono dedicati, di spiegargli all'occorrenza le regole per misurare i volumi.

pero dei classici della matematica greca, in particolare di Archimede. Verso il 1450, Iacopo di San Cassiano compie una traduzione del *corpus* archimedeo che conoscerà una grande fortuna in tutti gli ambienti della seconda metà del Quattrocento, compresi quelli della cultura dell'abaco. È recentissima la scoperta di James Banker per cui uno dei manoscritti della traduzione di Iacopo (il codice 106 della Biblioteca Riccardiana di Firenze) sarebbe stato esemplato dalla mano di Piero della Francesca, probabilmente verso il 1457-58.

Laddove (almeno apparentemente) Alberti si era fermato, Piero prosegue. Assistiamo qui a un curioso rovesciamento di ruoli: l'interesse dell'umanista Alberti sembra limitarsi alle tradizioni archimedee medievali. Al contrario, Piero, artista e maestro d'abaco — e che quindi conosce l'Archimede medievale e lo utilizza nel suo *Trattato d'abaco* (circa 1450) — non solo è attento alle novità quali la traduzione di Iacopo, ma il suo rinnovato studio di Archimede darà frutti interessanti. Nel *Libellus de quinque corporibus regularibus* Piero ottiene la non facile misura della volta a padiglione (o, se si vuole, del solido che si ottiene intersecando ortogonalmente due cilindri uguali) che coinvolge l'uso di ellissi e la conoscenza di una delle opere piú avanzate di Archimede, i *Conoidi e sferoidi*.

Una situazione simile si riscontra per lo studio della prospettiva. A differenza di Alberti, Piero è il primo a fare un tentativo, sia pur nel linguaggio e con i mezzi della matematica cui appartiene, di ottenere una sistemazione teorica della materia prospettica. Nel 1475 dedica a Federico di Montefeltro il *De prospectiva pingendi*, il primo trattato in cui siano esposti i fondamenti geometrici della prospettiva. Nell'affrontare questa problematica, Piero sembra essersi documentato a fondo e a aver studiato quanto piú poteva delle tradizioni di ottica a lui disponibili, da Euclide a Pecham. Ma nell'utilizzare le tradizioni medievali taglia via tutta una serie di questioni e di problemi sulla natura della luce, sui raggi visuali, sulla fisiologia della visione. L'interesse si concentra sulla matematizzazione dello spazio pittorico, per di piú con una forte accentuazione in senso aritmetico. Nella trattazione del pavimento a mattonelle, per esempio, Piero cerca infatti di esporre in termini numerici le relazioni che legano le distanze fra gli oggetti e il punto di osservazione. È un tratto tipico della sua formazione abachistica, cosí come tipicamente abachistica è l'organizzazione del *De prospectiva*: assenza di una struttura deduttiva formale, presentazione della materia attraverso problemi, dai piú semplici ai piú complessi, in modo da introdurre gradualmente alle tecniche della prospettiva.

L'approccio di Piero aprirà la strada alle piú vaste e rigorose sistemazioni di Federico Commandino e — soprattutto — del suo allievo Guidobaldo del Monte. Ma siamo ormai alla fine del Cinquecento, quando la lezione della matematica antica è stata ampiamente assorbita e metabolizzata. Il testo di Guidobaldo rappresenta un livello sucessivo, quello in cui le varie tradizioni matematiche si sono rifuse nel rinnovato paradigma della geometria antica pienamente ritrovata.

È forse opportuna qui una riflessione un po' piú generale. Secondo la tesi di Panofsky sulla prospettiva come forma simbolica, la pratica e le teorizzazioni prospettiche del Rinascimento riflettono una nuova concezione dello spazio. Si afferma uno spazio astratto, matematico, vuoto e infinito. È lo spazio di una fisica, quella di Galileo e Newton, che ancora deve nascere, non è piú lo spazio ordinato e pieno di qualità della filosofia naturale aristotelica. Non può non colpire, allora, il fatto che questa nuova concezione, cruciale per l'affermarsi della visione moderna, nasca dall'intersecarsi della matematica dell'abaco, nata entro e per una società di mercanti, con le tradizioni filosofiche dell'ottica medievale e con la riappropriazione del paradigma classico.

2.3.2 L'algebra

L'algebra nasce fra gli arabi, col trattato composto dal al-Khwârizmî fra l'812 e l'833 e si diffonde nel mondo latino grazie alle traduzioni di Roberto di Chester (1145) e di Gerardo di Cremona (XII secolo), ma soprattutto grazie alla divulgazione dei metodi che si trova nell'ultima parte del *Liber abaci*. Dopo un'introduzione teorica sulle equazioni di secondo grado segue, secondo lo stile di Leonardo, una lunga sezione applicativa. Per valutare l'impatto e lo sviluppo dell'algebra fra Tre e Cinquecento occorre tenere presente che l'algebra degli arabi, di Leonardo e delle scuole d'abaco è un'algebra ancora puramente verbale, priva di simbolismi; inoltre i coefficienti delle equazioni possono essere solo numeri positivi, mai nulli o negativi. Questo comporta una moltiplicazione notevole di forme. Nel caso dell'equazione di secondo grado, invece di un'unica equazione, avremo sei forme. Tre "semplici", in cui uno dei termini non compare:

$$ax^2 = bx; \;\; ax^2 = c; \;\; bx = c;$$

e tre "composte":

$$ax^2 + bx = c \;\; ax^2 = bx + c; \;\; ax^2 + c = bx.$$

Queste forme (dette anche "capitoli") hanno tutte il loro nome: il primo caso è quello di "censi uguali a radici" (o "cose"), l'ultimo, "censi e numero uguali a radici". Allo stesso modo, al posto della nostra formula risolutiva, avremo una specie di ricette verbali; vediamo quella dell'ultimo caso. Si comincerà col dividere per i *censi* (nel nostro linguaggio, per il coefficiente di x^2) in modo da ridursi al caso "un censo e numero uguale a radici". Perché possa esserci soluzione, Fibonacci osserva che il *numero* dovrà essere "uguale o minore del quadrato della metà delle radici" ($c \leq (b/2)^2$: il che garantisce in effetti che il discriminante dell'equazione non sia negativo). Nel caso che sia uguale, la soluzione è data "dalla metà delle radici" ($b/2$, dato che il discriminante è nullo). Se è minore, si avranno due casi: "sottrai il numero dal quadrato della metà delle radici e sottrai la radice del risultato dalla metà delle radici" oppure "somma la radice del risultato con la metà delle radici". In altre parole sta esprimendo le due radici reali dell'equazione a coefficienti positivi $x^2 + c = bx$:

$$\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

.

La dimostrazione di questa regola (e delle altre) non può ovviamente essere condotta per via algebrica, data la mancanza di un simbolismo letterale. Fibonacci (cosí come al-Khwârizmî prima di lui) fa allora ricorso alla geometria del II libro degli *Elementi* in cui si trovano una serie di teoremi sull'equivalenza di aree quadrate e rettangolari, che gli algebristi intepretano come prodotti delle quantità messe in gioco nell'equazione.

Non ci soffermiamo qui a illustrare la dimostrazione che Fibonacci fornisce delle sue "ricette" algebriche. Ci preme piuttosto sottolineare un altro aspetto. L'algebra comporta una rottura degli schemi rigidi della matematica greca che dividevano nettamente il continuo (dominio della geometria) dal discreto (dominio dell'aritmetica). Non solo si opera una commistione fra queste due discipline, ma l'oggetto dell'algebra assume una connotazione ontologica molto piú vaga e generica del "numero" euclideo ("pluralità di unità", come recita la definizione del VII libro degli *Elementi*) e delle linee, superfici e solidi studiati dalla geometria, la cui generazione è di volta in volta precisata. Un simile ragionamento potrebbe essere esteso alla natura delle radici quadrate o cubiche, che ricorrono continuamente nella trattatistica dell'abaco.

Questa osservazione acquista una luce tanto piú interessante quando si tenga conto che nella cultura abachistica il modello dimostrativo formale si indebolisce notevolmente: se in Fibonacci le regole dell'algebra vengono dimostrate con la geometria, in moltissimi trattati successivi la "dimostrazione" del procedimento si limiterà alla semplice prova: il problema da risolvere viene tradotto in un'equazione numerica, cui viene applicata una regola opportuna per determinare la soluzione, la cui esattezza viene semplicemente verificata. In altri termini, se la cultura dell'abaco da un lato perde il rigore formale del modello greco, questa perdita è però compensata dalla perdita di rigidità degli oggetti della sua indagine: si acquista cosí in libertà di ricerca e di esplorazione. Libertà che le consentirà di raggiungere il primo risultato che va veramente oltre quelli ottenuti dai Greci e dagli Arabi: la scoperta delle regole di soluzione delle equazioni di terzo e quarto grado. I primi passi in questo senso sono legati a questioni relative al calcolo degli interessi composti, problema che conduce naturalmente a considerare equazioni di grado superiore al secondo di cui si conosce a priori la soluzione. Questa situazione spingerà vari maestri d'abaco a tentare di congetturare una regola per equazioni *generali* di grado superiore al secondo: un caso tipico è quello di Piero della Francesca che nel suo *Trattato d'abaco* fornisce regole per risolvere equazioni di terzo, quarto, quinto e sesto grado: regole che, se pur assegnate come generali, funzionano solo nel caso delle equazioni legate al calcolo degli interessi composti.

Ma il caso di Piero è testimonianza di uno sforzo di ricerca che attraversa i trattati d'abaco del Quattrocento e che riecheggia anche nella *Summa*, quando Pacioli dichiara che la regola per risolvere i casi non quadratici non sono *anco-*

ra stati trovati. Questo sforzo avrebbe conosciuto un primo successo qualche anno dopo, quando Scipione dal Ferro, lettore di aritmetica nell'Università di Bologna, avrebbe scoperto la regola generale per risolvere il "capitolo" di "cubi e cose uguali a numero", cioè l'equazione cubica $x^3 + px = q$. La storia successiva è ben nota: la scoperta di del Ferro si diffuse nell'ambiente degli abachisti bolognesi; Niccolò Tartaglia riscoprí indipendentemente il risultato in occasione di una "disfida" nel 1535 con un ex allievo di del Ferro, Antonio Maria Fior. Lo strepitoso successo di Tartaglia spinse Cardano a chiedergli di comunicargli il suo "segreto" giurandogli che non l'avrebbe divulgato; ma quando nel 1543 venne a sapere che era già stato ottenuto da del Ferro, non esitò a pubblicare la soluzione della cubica nell'*Ars magna*. A questo seguirono ovviamente nuove polemiche e disfide: nel 1548 Tartaglia e Ludovico Ferrari, un allievo di Cardano che aveva nel frattempo scoperto la soluzione dell'equazione di quarto grado, si scontrarono pubblicamente a Milano.

Le scoperte e le analisi di del Ferro, Tartaglia, Cardano e Ferrari aprivano all'algebra un ambito di problemi interamente nuovo — e destinato a rimanere un fertile campo di ricerca per i successivi tre secoli. Infatti se da un lato l'algebra abachistica poteva rimanere soddisfatta del risultato trovato per il capitolo di "cubo e cose uguali a numero", le cose andavano diversamente per il capitolo "cubo uguale a cose e numeri", ovvero per l'equazione $x^3 = px + q$. Le regole trovate da Tartaglia equivalgono infatti alla seguente formula per le radici dell'equazione:

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$$

dove

$$\Delta = \frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}.$$

Nel caso in cui tale quantità fosse minore di zero, non si poteva calcolarne la radice quadrata, come richiesto dalla regola. Si potrebbe pensare che ciò comporti semplicemente che l'equazione non possa avere soluzioni; e invece no, la difficoltà principale sorgeva proprio qui: il caso $\Delta < 0$ corrisponde proprio al caso in cui l'equazione ha tre radici reali! Ad esempio, si vede subito che l'equazione $x^3 = 15x + 4$ ha come radici 4 e $-2 \pm \sqrt{3}$ e il suo Δ vale -121. Si tratta del cosiddetto *caso irriducibile* dell'equazione di terzo grado: come verrà dimostrato solo nell'Ottocento, nel caso che un polinomio di terzo grado abbia tre radici reali, non esistono formule che forniscano le radici in funzione dei coefficienti dell'equazione che non facciano ricorso al campo dei numeri complessi. Cardano, che pare sia stato il primo a rendersi conto della situazione, propose, ancorché con molta reticenza, di attribuire un significato alle radici quadrate dei numeri negativi, senza però sviluppare questa idea, che riteneva "sottile, ma inutile". Né gli si può dare completamente torto: applicando la formula a $x^3 = 15x + 4$ si dovrebbe ottenere, formalmente:

$$4 = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}.$$

Ma, allo stesso modo:

$$-2 \pm \sqrt{3} = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}.$$

Se ne dovrebbe dunque assurdamente dedurre che $4 = -2 + \sqrt{3} = -2 - \sqrt{3}$?

Sappiamo oggi che dietro a questi apparenti paradossi sta il fatto che un numero complesso ha sempre *tre* radici cubiche distinte[7] e che dalla loro opportuna combinazione è possibile ricavare le tre radici reali del caso irriducibile.

La soluzione della cubica schiudeva dunque le porte su un territorio ancora del tutto sconosciuto, in cui Cardano pensò bene di non inoltrarsi. Fu Raphael Bombelli (1526–1572) il primo a tentare di dare un senso alla formula per il caso irriducibile, introducendo numeri il cui quadrato potesse essere negativo e tentando di determinare un metodo per l'estrazione delle radici cubiche di tali numeri. Un primo, geniale tentativo, che Bombelli raggiunse verso il 1560, ma che non poteva esaurire la questione. Come si fa infatti a scegliere fra le tre determinazioni delle due radici cubiche gli accoppiamenti giusti? Perché la formula fornisce solo tre radici dell'equazione e non nove? I metodi di Bombelli potevano funzionare solo quando le radici dell'equazione erano conosciute in precedenza e quindi, con qualche artificio di calcolo, riconducibili a opportuni accoppiamenti dei due radicali cubici. Limiti questi che lo stesso Bombelli riconosceva. Ma la sua opera in questo campo apriva la strada a interessanti sviluppi: in primo luogo rappresentava un ulteriore passo nel distaccare gli oggetti matematici da una realtà ontologica rigida e fissata. Da questo punto di vista, era un passo in avanti molto significativo nel cammino che si era aperto con al-Khwârizmî.

L'importanza dell'opera di Bombelli non si esaurisce nell'introduzione di questi "proto-numeri complessi". Bombelli si era fatto una fama lavorando alla bonifica della Val di Chiana e all'inizio degli anni Sessanta del Cinquecento lavorava

[7] Per esempio le tre radici cubiche di 1 sono:

$$1;\ \ \frac{1}{2}(i\sqrt{3}-1);\ \ -\frac{1}{2}(i\sqrt{3}+1).$$

In generale, un numero complesso ha sempre n radici n-esime complesse; un numero reale positivo ha invece solo due radici reali n-esime se n è pari; una sola se n è dispari.

a Roma, impegnato in un progetto di bonifica delle Paludi Pontine. Aveva già scritto gran parte della sua *Algebra*, quando a Roma conobbe Anton Maria Pazzi, lettore di matematica alla Sapienza, che gli mise tra le mani un manoscritto dell'*Aritmetica* di Diofanto.

Fu un incontro determinante. Bombelli, l'ingegnere idraulico, nato e cresciuto nella cultura dell'abaco, che aveva contribuito a far arrivare al punto piú alto del suo sviluppo, si mise insieme con Pazzi a tradurre il testo greco. E lo studio di Diofanto ebbe conseguenze decisive: Bombelli riscrisse parti importanti dell'*Algebra*, in particolare il libro III che da una raccolta di problemi pratici di tipico stile abachista diviene una silloge di questioni di analisi diofantea. Questo connubio fra Bombelli e Diofanto segna una vera e propria svolta culturale: l'algebra non è piú un'arte (magari un'*ars magna*), acquista i suoi quarti di nobiltà classici, diventa una disciplina matematica che può stare a fianco della geometria di Archimede e di Apollonio. Bombelli pubblicò i suoi risultati nel 1572: *L'Algebra, opera di Rafael Bombelli da Bologna, divisa in tre libri con la quale ciascuno da sé potrà venire in perfetta cognitione della teoria dell'Aritmetica*. Il quarto e il quinto, in cui Bombelli applicava le tecniche algebriche ai problemi di geometria, resteranno purtroppo inediti fino al XX secolo.

Come nel caso della prospettiva, siamo di fronte a un fondersi di tradizioni, a uno sfaldarsi di recinzioni intellettuali. Non a caso, uno dei campioni della restaurazione della matematica greca, Federico Commandino, quando legge nel 1572 il testo di Bombelli e viene a conoscenza del suo lavoro con Pazzi su Diofanto, cercò di procurarsene copia e di sostenerne una pubblicazione.

Diofanto sarebbe stato pubblicato nel 1575 da Xilander a Basilea; di lí a poco (1588) sarebbe uscita la traduzione di Pappo di Commandino. Su queste basi classiche, ma anche grazie a una meditazione sul lavoro di Bombelli e degli altri algebristi italiani, François Viète avrebbe trasformato definitivamente l'algebra della *cosa* in una logistica simbolica, strumento per una nuova geometria.

3 La tradizione archimedea

3.1 Da Viterbo a Basilea

3.1.1 La traduzione di Moerbeke

Fino alla metà del Quattrocento sono pochi i testi archimedei che conoscono una reale circolazione nell'Occidente latino. Essi si riducono essenzialmente a due traduzioni dall'arabo della *Misura del cerchio*, di alcune parti del *Della sfera e il cilindro* e dei *Verba filiorum*, un testo di geometria di misura opera di tre fratelli arabi, i Banu Musa. Conservato da un discreto numero di manoscritti, influenzò autori come Ruggero Bacone, Giordano Nemorario (prolifico autore di importanti testi di aritmetica e di statica) e Leonardo Fibonacci. Attraverso la *Practica geometriae* di Leonardo (insieme al *Liber abaci*, la fonte della cultura dei maestri d'abaco), i risultati archimedei contenuti nei *Verba Filiorum* ebbero grande diffusione per tutto il Medioevo, fino almeno al XVI secolo.

La qualità e la quantità di questi testi illustra già da sola una delle caratteristiche della diffusione di Archimede durante il Medioevo. Attraverso di loro alcuni dei risultati della *Misura del cerchio* e della *Sfera e il cilindro* riuscirono a filtrare nella cultura del mondo latino. Ma il mezzo in cui si diffusero fu l'ambiente culturale delle scuole d'abaco, in cui circolarono ampiamente ricette pratiche per la misurazione di superfici e volumi, ma molto meno le conoscenze geometriche e le tecniche dimostrative che quelle regole presupponevano, tecniche che riuscirono a essere comprese solo da pochissimi.

Un'apparente eccezione a tutto questo sembra essere il lavoro compiuto da Guglielmo di Moerbeke. A questo domenicano (circa 1215 – 1286) viene infatti attribuita la traduzione in latino di quasi tutto il *corpus* archimedeo. Grande traduttore di opere filosofiche, Moerbeke operò per vari anni presso la corte papale di Viterbo. Fu proprio lo stimolo di questo ambiente attento alle cose matematiche che, probabilmente, portò Moerbeke a rivolgere la sua attenzione ad Archimede[8]. Egli condusse la sua traduzione sulla base di due manoscritti greci (codice A e codice $\mathfrak{B}$), oggi entrambi perduti, e l'autografo di questa traduzione archimedea è oggi conservato presso la Biblioteca Vaticana, ms. *Ottob. Lat.* 1850. Seguendo Marshall Clagett, lo designeremo nel seguito come codice O. Esso contiene la traduzione latina di tutte le opere di Archimede presenti in A e $\mathfrak{B}$ (con l'eccezione dell'*Arenario*) e la traduzione del commento di Eutocio alla *Sfera e il cilindro* e all'*Equilibrio dei piani*.

La traduzione di Moerbeke assunse un'importanza inestimabile, per due motivi. In primo luogo il suo stile, estremamente letterale e fedele al testo greco, permette di supplire almeno in parte alla perdita del codice $\mathfrak{B}$. Il secondo motivo

[8]Accogliamo qui, sia pur con beneficio di inventario, la tesi tradizionale, sostenuta da Valentin Rose, Johann L. Heiberg e Marshall Clagett, per cui Moerbeke sarebbe stato l'autore della traduzione di Archimede e che il testo contenuto nel codice *Ottob. Lat.* 1850 sarebbe l'autografo originale. Va però avvertito che non mancano voci e indizi che tendono a mettere in discussione, almeno in parte, questa attribuzione. Cfr. J. Brams e W. Vanhamel (a cura di) , *Guillaume de Moerbeke. Recueil d'études à l'occasion du 700e anniversaire de sa mort*, Leuven University Press, Leuven 1989; in particolare il saggio di R. Wielockx, *Quelques remarques codicologiques et paléographiques au sujet du ms.Ottob. Lat. 1850* (pp. 113–34), che descrive con esattezza gli elementi certi e incerti relativi alla questione.

è che il testo greco dei *Galleggianti* non era contenuto nel codice A (che avrebbe circolato a lungo nel Rinascimento). Con la perdita di $\mathfrak{B}$ dopo il 1311, il lavoro di Moerbeke divenne l'unico testimone del testo dei *Galleggianti*, fino all'inizio del XX secolo[9]. Alla fine del 1269, dunque, praticamente tutta l'opera di Archimede, con l'eccezione dell'*Arenario* e del *Metodo*, era disponibile in lingua latina. Ci si potrebbe quindi aspettare che Archimede sia stato ampiamente letto e studiato nel corso del Medioevo. Non fu cosí.

3.1.2 La traduzione di Iacopo e l'edizione di Basilea

Non si conoscono copie medievali dell'autografo moerbekiano, se si eccettua un manoscritto del XIV secolo che contiene il testo della traduzione delle *Spirali*: un forte indizio che la traduzione di Moerbeke rimase praticamente inutilizzata[10], o quasi, fino al Cinquecento. Vale la pena di soffermarsi un attimo su questo silenzio del Medioevo. Bisogna osservare in primo luogo che la matematica di Archimede — e soprattutto quella delle *Spirali*, dei *Conoidi e sferoidi*, della *Quadratura della parabola* — aveva scarse probabilità di interessare il mondo del Trecento. La fioritura della scienza alla corte di Viterbo durò infatti appena una breve stagione. Da lí a poco, la società del XIV secolo sarebbe stata stravolta da sconvolgimenti epocali quali il trasferimento del papato ad Avignone,

[9] Come è noto, il testo greco dei *Galleggianti* è tràdito solo dal codice C, il palinsesto ritrovato da J.L. Heiberg nel 1906, poi di nuovo perduto e tornato disponibile solo recentemente. Questo manoscritto, che contiene anche altre opere di Archimede — in particolare è l'*unico* testimone, del *Metodo*, in cui Archimede spiega i suoi procedimenti euristici — non sembra aver avuto alcuna influenza sulla tradizione del testo nel corso del Medioevo e del Rinascimento.

[10] Le uniche deboli tracce che si possono rintracciare di un impiego della sua opera si trovano nell'opera del matematico francese Jean de Murs, che peraltro ne fa un uso piuttosto a sproposito

la guerra dei Cento anni in Francia, la peste nera che falciò buona parte della popolazione europea. Inoltre, gli interessi matematici di questo secolo si spostarono pesantemente sul versante filosofico e la matematica archimedea era assai lontana dagli interessi dei *calculatores* di Oxford e Parigi.

Infine, e soprattutto, la matematica archimedea è difficile e può essere intesa solo attraverso una meditazione sull'intero *corpus* della geometria greca: la teoria delle proporzioni euclidea, il XII libro degli *Elementi*, la conoscenza della teoria delle sezioni coniche. Tutto questo mancava al Medioevo: Campano aveva equivocato la stessa definizione di proporzionalità di Euclide e la sua edizione degli *Elementi* diede spazio a gravi e grossolani fraintendimenti. Il XII libro era assai poco studiato e nel *cursus* degli studi ci si fermava generalmente ai primi quattro libri, necessari per intendere i rudimenti dell'astronomia. La teoria delle coniche (essenziale per la comprensione di molte opere di Archimede) era poi praticamente sconosciuta e se ne conoscevano a mal fatica alcuni elementi derivati dalla tradizione arabo-latina.

Bisognerà attendere il Quattrocento perché l'interesse verso Archimede e la matematica antica cominci veramente a concretizzarsi come fenomeno culturale. Nella prima metà del XV secolo due fenomeni vengono infatti a maturazione. Il primo è la creazione delle grandi biblioteche umanistiche in cui si accumulano i tesori della matematica greca: vi abbiamo accennato nel § 1.2. Il secondo è rappresentato dall'affermarsi di una cultura matematica socialmente diffusa, diffusione sostenuta dal grande sviluppo delle scuole d'abaco. Come abbiamo piú volte sottolineato si tratta certo di una cultura molto *sui generis*, rispetto al modello formale della geometria greca o anche araba. Ma non è questo il punto importante, come non lo è lo "pseudo-fatto", spesso citato, che fra il *Liber abaci* di Leonardo (1202) e la *Summa* di Luca Pacioli (1494), sembra non esser stata fatta alcuna scoperta di rilievo[11]. Ciò che invece conta è il fenomeno — nuovo per l'Occidente latino e che probabilmente non ha alcun riscontro nel mondo classico — del diffondersi, trasversalmente a tutti gli strati sociali cittadini, di una cultura matematica: è questo uno dei fattori fondamentali che crea condizioni favorevoli perché inizi un processo di riappropriazione della matematica classica[12]. Un processo che sarà indubbiamente lento e faticoso, almeno agli inizi, ma che riceverà un'accelerazione impressionante dopo l'invenzione e la diffusione della stampa. Lo stesso successo della *Summa* di Pacioli, vera enciclopedia della cultura dell'abaco e uno dei primi libri di matematica pubblicati a

[11]In effetti la tradizione dell'abaco generò matematici di rilievo: basti citare i nomi di Antonio Mazzinghi (1350–1385) o di Maestro Benedetto da Firenze(1429-1479). Se l'influenza di questi matematici fu minima o, in ogni caso, molto lenta a dipanarsi, ciò dipese in gran parte dalla mancanza di un mezzo di diffusione quale sarebbe stata la stampa. In questo senso, l'operazione di Pacioli con la *Summa* (che allegramente saccheggia i risultati e i procedimenti dei suoi predecessori) permise alla cultura dell'abaco del Quattrocento di diffondersi e consolidarsi ben al di là degli orizzonti delle singole "botteghe" e scuole d'abaco.

[12]Torna a proposito citare qui il parallelo che Eugenio Garin (*Il ritorno dei filosofi antichi*, ristampa accresciuta del saggio *Gli umanisti e la scienza*, Napoli, Bibliopolis, 1994) istituisce fra il destino della traduzione archimedea e quello di un altra traduzione di Moerbeke, la *Poetica* di Aristotele. Quest'opera non fu ignota al Medioevo: ma era letta e studiata la traduzione latina della parafrasi che ne aveva fatto Averroè, in cui era presentata come un'opera che tratta della comunicazione umana: logica, retorica e poetica. Era un testo che serviva a riempire uno dei capitoli dell'enciclopedia del sapere medievale. Perché si tornasse al testo greco bisognò attendere il XVI secolo, ma alla base di questo ritorno stavano interessi culturali assai diversi da quelli medievali: per esempio la discussione del rapporto fra conoscenza storica e conoscenza artistica. Il caso della *Poetica* è da questo punto di vista illuminante: la ripresa degli autori antichi nel loro originale greco o in una traduzione latina fedele a tale originale non fu la causa, ma piuttosto l'effetto di una trasformazione culturale, sociale e tecnica.

stampa, testimonia di questa domanda e curiosità nei confronti della matematica, domanda che ben presto si rivolgerà verso i classici che il Quattrocento umanista ha raccolto nelle sue biblioteche.

Da questo punto di vista il percorso seguito dalla tradizione archimedea è veramente esemplare. Inizia con Nicola V, un papa umanista, il creatore della Biblioteca Vaticana — voleva farne la piú grande biblioteca di tutti i tempi. Verso il 1449, Nicola (che a quanto pare era in possesso del codice A) affida a Iacopo di San Cassiano (o Iacobus Cremonensis, ca. 1415–ca 1452) l'incarico di tradurre Archimede. Iacopo era un umanista, allievo di Vittorino da Feltre e si può ritenere che concludesse la sua traduzione verso il 1450.

La traduzione di Iacopo attirò subito molta attenzione nei circoli umanistici, in particolare in quelli legati al cardinale Giovanni Bessarione, cui si deve l'incontro fra Archimede e un giovane studioso tedesco, Regiomontano (Iohannes Müller, 1436 – 1476). Venuto in Italia nel 1461–67 al seguito di Bessarione, Regiomontano ebbe modo di apprendere il greco e di usufruire dei codici che il cardinale andava raccogliendo. In particolare, verso il 1462, poté usufruire di una copia della traduzione di Iacopo e di una copia del testo greco di A. A partire da questi testi (e utilizzando anche altri codici e forse anche la traduzione di Moerbeke) Regiomontano corresse a fondo la traduzione di Iacopo, migliorandola in piú punti in modo decisivo. Intuendo le enormi potenzialità della stampa, nel 1470 progettava di mettere mano a un'edizione archimedea. Anche se la morte lo colse prematuramente nel 1476, impedendogli di portare a termine il suo progetto, le sue fatiche archimedee non sarebbero risultate vane: nel 1544 usciva a Basilea l'*editio princeps* greco-latina delle opere di Archimede, basata sul lavoro che Regiomontano aveva compiuto.

3.1.3 Archimede nella cultura dell'abaco

Non si deve pensare però che l'opera di Archimede destasse interesse solo nei circoli umanistici, tutt'altro. Abbiamo già visto come Piero della Francesca fosse fra i primi fruitori della traduzione di Iacopo[13]. Inoltre Piero non solo utilizzò il suo studio di Archimede per ottenere vari risultati esposti nel *Libellus de quinque corporibus regularibus*, ma, se davvero il codice della Riccardiana di Firenze gli deve essere attribuito, si può dimostrare che tentò di compiere un lavoro accurato utilizzando e confrontando piú di un esemplare.

Un interesse acuto verso il testo archimedeo nel mondo della cultura dell'abaco non riguarda certo il solo Piero: anche Leonardo da Vinci cerca attivamente manoscritti di Archimede; li trova; li studia, cerca di svilupparne i temi. Certo, a leggere le argomentazioni che Piero fornisce nei suoi risultati "archimedei" del *Libellus* si rimane colpiti da quanto siano ancora lontane dallo stile della geometria greca. Cosí come le "dimostrazioni" che Leonardo fa del centro di gravità del triangolo *Codice Arundel* sembrano del tutto ingenue paragonate a quelle di Archimede. Ma vorremmo sottolineare che uno dei primi segni di comprensione e di riappropriazione dei risultati archimedei la si trova proprio in due dei rappresentanti piú significativi della cultura dell'abaco: un chiaro esempio di quell'intreccio di tradizioni culturali su cui abbiamo già insistito.

[13]Se James Banker (cfr.§ 2.3.1) avesse ragione nell'attribuire il codice riccardiano 106 alla mano di Piero, è molto probabile che Piero lo abbia esemplato fra il 1557 e il 1558, mentre si trovava a Roma per lavorare alle Stanze Vaticane. In ogni caso, la stretta parentela di questo ms. con altri due codici (*Urb. Lat.* 261 della Vaticana — circa 1457–58 — e *Nouv. Acquis. Lat.* 7220 della Bibliothèque Nationale de France) di Iacopo, legati alla figura di un amico e parente di Piero, Francesco Cereo del Borgo, lasciano pochi dubbi sulle frequentazioni archimedee di Piero.

Fra i manoscritti archimedei menzionati da Leonardo, uno era nelle mani del vescovo di Padova Pietro Barozzi, e sembra che fosse proprio questo (che viene oggi indicato col *siglum* M) a essere utilizzato da Luca Gaurico (1475–1558) — astrologo, astronomo, ed editore di testi matematici e astronomici — per la pubblicazione di un testo intitolato *Tetragonismus* che uscí a Venezia nel 1503. In quest'opera era contenuto il testo della *Misura del cerchio* e della *Quadratura della Parabola*, copiati fedelmente da M con tutti i loro errori, oltre ad altri aggiuntivi da Gaurico e dallo stampatore. Con tutto ciò, il 1503 resta l'anno in cui appare a stampa per la prima volta un lavoro di Archimede.

E sempre lo stesso codice M è all'origine dell'edizione archimedea di Tartaglia del 1543. Un'avventura editoriale (in cui Tartaglia cercava di accreditarsi come traduttore, o in ogni caso cultore di lingue classiche) destinata ad avere un peso notevole, dato che questa edizione resterà a lungo (fino al 1565) l'unica a presentare il testo dei *Galleggianti*. E non era la prima volta che l'autodidatta bresciano si accostava ad Archimede: nel 1531 era riuscito a procurarsi da un "salsizaro di Verona" una copia latina del primo libro della *Sfera e il cilindro*. Nel 1551, nei *Ragionamenti intorno alla sua travagliata inventione* (cfr. § 1.2) avrebbe pubblicato una traduzione italiana del primo libro dei *Galleggianti*; nel 1557 sarebbe uscita, postuma, una sua parafrasi in volgare della *Sfera e il cilindro* nel terzo libro della quarta parte del *General trattato di numeri e misure*, una vera enciclopedia di geometria e aritmetica pratiche.

Il caso di Tartaglia mostra quanto le varie tradizioni matematiche stessero ormai convergendo. Archimede è ormai entrato nel mondo dei tecnici e degli ingegneri: la matematica greca si fa spazio nella vita quotidiana del Cinquecento. Le tradizioni classiche e quella archimedea in particolare vengono recepite e vantate nei confronti degli ambienti piú dotti; dall'altro vengono riproposte come nuove "inventioni diverse" a quello strato culturale da cui Tartaglia proveniva, accostandole alle tradizioni, ai temi, agli interessi propri di quel mondo di tecnici e di mercanti.

3.2 La riappropriazione della matematica classica

Prima della metà del XVI secolo è ormai disponibile a stampa non solo quasi tutto il *corpus* archimedeo; e anche altri autori come Apollonio o Teodosio sono stati pubblicati. Ma molto rimane ancora da tradurre e stampare (Pappo e Diofanto, in particolar modo); né si può dire che i testi già editi siano soddisfacenti. L'*editio princeps* di Basilea, nonostante i miglioramenti che Regiomontano aveva apportato alla traduzione di Iacopo, rimaneva un testo insoddisfacente, ancora da assimilare e recuperare; peggiore ancora era la situazione dei testi latini pubblicati da Gaurico e Tartaglia, infarciti di errori; per non dire della traduzione di Apollonio eseguita da Giovan Battista Memmo (Venezia, 1537) che in molti punti sfida veramente i limiti della comprensibilità.

Di fronte al problema di testi spesso incomprensibili, manchevoli, mutili, si poneva il problema della loro integrazione in una nuova enciclopedia in cui risultassero chiare le connessioni reciproche fra i vari risultati che si andavano riscoprendo e che fosse in grado di assumere al suo interno anche i risultati nuovi come quelli ottenuti nel campo della prospettiva e dell'algebra. Paul Lawrence Rose ha documentato ampiamente questa ansia di rinnovamento che risuona nelle corrispondenze e nelle prefazioni, già partire dal XV secolo: la necessità di una nuova *instauratio*, di una rinascita che possa essere la base di un rinnovamento dell'insegnamento dell'intero *corpus* delle discipline matematiche. Due personaggi, in particolare, si faranno interpreti di questa aspirazione: Francesco Maurolico e Federico Commandino.

3.2.1 Commandino e la sua scuola

La vita di Federico Commandino (Urbino, 1509–1575) si inquadra quasi completamente nelle corti umanistiche del Cinquecento. Fu in questi ambienti di raffinata cultura umanistica che Commandino conobbe Marcello Cervini, cardinale bibliotecario della Vaticana. Questi, particolarmente interessato alla matematica greca, si rivolse a Commandino chiedendogli se poteva riuscire a cavare un senso da due testi presenti nel codice O di Moerbeke, che si trovava allora in suo possesso: la traduzione dei *Galleggianti* e del *De analemmate* di Tolomeo.

Il testo moerbekiano dei *Galleggianti* pone gravissime difficoltà di intepretazione, al punto che Tartaglia nel 1543 aveva deciso di non pubblicarne il secondo libro. Commandino, messo di fronte a questa sfida, si rese conto che aveva bisogno di uno studio dettagliato non solo dell'intera opera di Archimede, ma anche di Apollonio. Si dedica cosí alla ricerca di codici, s'immerge nello studio; e nel 1558 pubblica a Venezia una nuova traduzione di molte opere archimedee, le *Archimedis Opera non nulla*.

Un altro frutto degli studi che aveva intrapreso per restaurare i *Galleggianti* sarà l'edizione dei primi quattro libri delle *Coniche*, pubblicata a Bologna nel 1566: oltre al testo di Apollonio da lui commentato, Commandino forniva i lemmi di Pappo e il testo del *De sectione coni* e del *De sectione cylindri* di Sereno. L'anno prima aveva finalmente assolto il compito che Cervini gli aveva affidato circa quindici anni prima: a Bologna era uscita la sua restaurazione della traduzione di Moerbeke dei *Galleggianti*, fatica giustamente considerata da Clagett uno dei momenti piú alti dell'umanesimo matematico. Addirittura Commandino si spingeva a pubblicare, contestualmente all'edizione dei *Galleggianti*, un intero libro, il *Liber de centro gravitatis solidorum*, per fornire al lettore una possibile dimostrazione del centro di gravità del paraboloide, che Archimede usava senza alcuna spiegazione.

Una simile via Commandino aveva seguito per l'altro compito affidatogli da Cervini. Nel 1558, contestualmente alle *Archimedis Opera non nulla*, aveva pubblicato l'opera di Tolomeo sul planisfero[14] e, nel 1562, il *De analemmate*, due testi che coinvolgevano la discussione della proiezione della sfera celeste su un piano e nei suoi commenti metteva in evidenza il legame fra questo tipo di problemi e quelli della prospettiva pittorica.[15].

Commandino rappresenta la tradizione umanistico-matematica al suo meglio, anche se il suo approccio tendeva a rimanere strettamente filologico, come si può vedere persino nel *Liber de centro gravitatis solidorum*, una delle sue pochissime opere originali: il modello che viene fedelmente e quasi pedissequamente seguito è quello dell'*Equilibrio dei piani*. Ma, anche con questo limite — che non mancò di influenzare tutta la scuola che si era formata intorno a lui a Urbino — la sua opera era destinata ad avere un'importanza enorme, imponendo il modello della matematica archimedea e piú in generale classica. In questo la sua scuola ebbe un ruolo importante. Ci limitiamo a citare Guidobaldo Dal Monte (1545–1607); diremo fra poco dei suoi contributi alla meccanica, che lo denotano come

[14] *Ptolemaei Planisphaerium, Iordani Planisphaerium, Federici Commandini ... commentarius. In quo universa scenographices ratio quam brevissime traditur, ac demonstrationibus confirmatur*, Venezia, Paolo Manuzio, 1558.

[15] *Claudii Ptolomaei Liber de analemmate ... Federici Commandini liber De horologiorum descriptione*, Roma, Paolo Manuzio, 1562

continuatore di Commandino nel campo dell'applicazione di un paradigma archimedeo a questa disciplina. Guidobaldo fece altrettanto con la prospettiva. Riprendendo l'opera che il suo maestro aveva abbozzato nei commenti al *Planisphaerium* e nei lavori collegati al *De analemmate*, Guidobaldo giunse a individuare e a definire in modo matematicamente preciso il concetto di punto di fuga, codificandolo nei *Perspectivae libri sex*, un'opera che contribuí anche a rendere rigorose le tecniche empiriche della scenografia teatrale.

3.2.2 Francesco Maurolico

L'approccio sviluppato dall'altro grande restauratore del Cinquecento, Francesco Maurolico, fu completamente diverso sia da quello "filologico" di Commandino che da quello "pratico" di Tartaglia.

Nato, come si è detto, a Messina nel 1494, Maurolico visse in Sicilia allontanandosene solo per brevi e rari viaggi: la sua attività si svolse dunque lontano dai grandi centri culturali dell'Umanesimo, dalle corti e dalle biblioteche. Altro dato significativo è che Maurolico si occupò in modo analogo di tutto il sapere matematico classico e medievale: lavorò su Euclide, Apollonio e Archimede; su Teodosio e Menelao; scrisse di aritmetica e di astronomia; di ottica e di meccanica; progettò strumenti tecnici e alberi del sapere scientifico. Aveva di fatto messo mano a un progetto enciclopedico ricco di elaborazioni originali (che, per di piú, andava oltre gli stessi confini delle discipline matematico-fisiche), teso a una restaurazione completa della cultura scientifica su basi essenzialmente matematiche. Non è qui il luogo per tentare una ricostruzione anche solo approssimativa del significato di questo suo tentativo, di come esso si articolò, di quali influssi ebbe sullo sviluppo delle matematiche fra XVI e XVII secolo. Ci limiteremo a dare alcuni accenni in questo senso, soprattutto per quanto riguarda la tradizione archimedea.

L'esempio piú impressionante è quello del *De momentis aequalibus*. Maurolico aveva cominciato molto presto (prima del 1529) a lavorare sull'*Equilibrio dei piani*, probabilmente sulla base di scarsissimi accenni fatti a questo testo da Valla e Regiomontano. Dopo il 1544, e dopo aver quindi potuto meditare sul testo di Archimede, l'opera arriva a un primo completamento. Nonostante nella stampa postuma del 1685 rechi il titolo *Archimedis de momentis aequalibus ex traditione Francisci Maurolyci*, essa non ha nulla a che vedere con il testo archimedeo originale. È divisa in quattro libri. Nel primo si tratta dell'equilibrio, del concetto di momento, e si fornisce una dimostrazione della legge della leva. Nel secondo si studiano i centri di gravità dei poligoni. Nel terzo quello della parabola. Infine, nel quarto, il centro di gravità dei solidi. Nella versione completata nel 1548 il quarto libro si arrestava alla determinazione del centro di gravità della piramide e del cono. A partire dal 1565 Maurolico riprenderà questi studi aggiungendovi la determinazione del centro di gravità del paraboloide.

Questo esempio può forse bastare per sostenere che, se Maurolico aderisce al programma umanista di recupero della scienza greca, tuttavia nella sua produzione il primato spetta alla matematica, al contenuto e non alla filologia, allo spirito e non alla lettera del testo. Non meno importante è il metodo di riesposizione che egli adotta. Dato che il suo programma non è la semplice riproposizione dei testi classici, ma la loro rifusione in un tutto organico, Maurolico punta a individuare nel materiale classico con cui sta lavorando le linee portanti, quelle che sono suscettibili di essere utilizzate in una trattazione il piú possibile unitaria. Per continuare con l'esempio del *De momentis*, è evidente la sua individuazione di alcuni principi dimostrativi e di concetti generali che pone a base della sua trattazione: per esempio il concetto di momento e l'uso delle simmetrie. Insomma, il *De momentis* è il risultato di una meditazione profonda sui frammenti della statica greca e del pensiero di Archimede che sfocia in una nuova interpretazione esplicita dell'equilibrio, del concetto di centro di gravità, del rapporto fra l'interpretazione "fisica" della bilancia e la sua modellizzazione matematica. E l'impianto dei libri successivi di quest'opera, le tecniche adottate nelle dimostrazioni hanno una fecondità che va ben oltre i casi effettivamente discussi.

Occorre almeno accennare al destino delle fatiche maurolíciane. Nessuno dei suoi lavori archimedei fu stampato nel corso della sua vita, come d'altronde accadde per molte altre delle sue *lucubrationes*. Non si deve però ritenere che tutto il patrimonio di idee, metodi, ispirazione complessiva e anche di opere materiali andasse disperso alla morte dello scienziato. Grazie ai suoi rapporti con i Gesuiti di Messina e all'amicizia con Cristoforo Clavio (1537–1612) e la sua eredità intellettuale rimase viva e operante. Clavio fu un grande organizzatore culturale e un grande divulgatore scientifico: è sostanzialmente a lui che si deve l'organizzazione dell'insegnamento delle discipline matematiche nei collegi della Compagnia di Gesú. La sua edizione di Euclide corredata da un ricchissimo commento avrebbe costituito la base dell'insegnamento matematico per molti decenni ancora. Nella sua battaglia culturale per dare spazio alla matematica all'interno della Compagnia, si serví largamente di materiali maurolíciani, che circolarono cosí negli ambienti legati a Clavio e all'Accademia matematica del Collegio Romano.

3.2.3 Verso Cavalieri

L'eredità di questa tradizione sarebbe stata raccolta da un ex-allievo di Clavio, Luca Valerio (1553 – 1618). La questione della determinazione dei centri di gravità dei solidi era divenuta, sul finire del XVI secolo, un tema di ricerca — forse il primo tema di ricerca condiviso e diffuso nell'alveo della tradizione classica e archimedea.

Valerio approcciò il problema in modo radicalmente diverso dal modello classico, piú o meno fedelmente seguito dai suoi contemporanei. Il suo *De centro gravitatis solidorum libri tres* (Roma, 1604) è un libro di importanza epocale: nonostante che rimanga fedele al linguaggio della matematica archimedea, il *De centro* può essere considerato l'ultimo testo della geometria di misura antica. In esso, infatti, venivano proposti metodi e punti di vista talmente nuovi che, dopo Valerio, la geometria sarà costretta a prendere strade che la porteranno a staccarsi definitivamente dal modello greco.

Il problema che Valerio affrontava e risolveva era quello di determinare il centro di gravità di tutti i solidi allora conosciuti: sfera, cono, piramide, prisma, cilindro, poliedri, paraboloide, iperboloide, ellissoide, e loro parti. Diciamo "allora conosciuti" perché né l'approccio umanistico, né quello abachistico aveva esteso lo studio delle figure solide al di là di quelle considerate da Euclide o da Archimede. Valerio,invece di affrontare il problema della determinazione dei centri di gravità e delle quadrature caso per caso, costruí una vasta architettura di teoremi relativi a un'intera classe di figure (le figura digradanti *circa axim*: grosso modo figure dotate di un asse di simmetria e le cui sezioni vadano costantemente decrescendo), in cui inquadrò la ricerca della determinazione delle quadrature e dei centri di gravità delle varie figure particolari che via via affrontava. Valerio compiva cosí un passo fondamentale di distacco dal modello classico. Per esempio, la determinazione del centro di gravità dell'iperboloide (forse il caso piú complesso e difficile) viene ridotta all'applicazione di un teorema generale riguardante i centri di gravità delle figure *circa axim*.

Di tale rottura metodologica Valerio era pienamente consapevole ed essa ebbe una profonda influenza sulla matematica successiva. Ma, come tutti gli innovatori, Valerio si ritrovò a cavallo fra il vecchio e il nuovo. I suoi metodi generali si trovano mescolati ad argomenti tradizionali, senza che — almeno a prima vista — si riesca bene a capirne il motivo. Sembra quasi che, spaventato dalla sua stessa audacia innovativa cercasse rifugio nel porto sicuro dello stile archimedeo.

Cavalieri inizierà la sua opera là dove Valerio aveva smarrito il sentiero. Una caratteristica della sua *Geometria indivisibilibus continuorum* (Bologna, 1635) è infatti non tanto e non solo quella di offrire un metodo generale (gli indivisibili, appunto) per affrontare i problemi di quadratura e di determinazione di centri di gravità, quanto quello di proporre una teoria capace di inquadrare questo nuovo strumento nel contesto della geometria. Già in Valerio, infatti (e in altri autori del primo Seicento come Bartolomeo Sovero (1576–1629)) viene utilizzato quello che sarà poi chiamato il "principio di Cavalieri". Ma con una differenza essenziale. In Valerio un principio del genere viene dimostrato in un caso particolare (e piú complicato), quello della determinazione dei centri di gravità di certe classi di figure. In Sovero, lo stesso principio viene dimostrato solo limitatamente alle sezioni coniche. Cavalieri, al contrario, vuole dimostrare i suoi principi, le basi del suo metodo, per classi di figure arbitrarie, una volta per tutte.

Questa duplice esigenza (rigorose dimostrazioni geometriche e generalità dell'oggetto cui esse si devono applicare) sono all'origine non solo della sua opera, ma anche del destino che sarebbe toccato al metodo e alla teoria degli indivisibili. A un metodo chiaro e efficace si contrappone una teoria oscura e involuta nelle dimostrazioni. Assistiamo cosí a un impressionante successo del metodo, che permette a Cavalieri di ottenere rapidamente non solo i risultati della matematica classica e quelli piú recenti ottenuti dalla ricerca del primo Seicento (per esempio quelli di Valerio e quelli ottenuti da Kepler con i "nuovi" solidi di rotazione da lui introdotti), ma anche altri risultati, decisamente nuovi, quali la determinazione delle quadrature delle parabole di ordine superiore (in linguaggio moderno la dimostrazione che $\int x^n dx = x^{n+1}/n+1$). Il suo metodo verrà adottato, e in vario modo sviluppato, da matematici di primo piano: Torricelli, Pascal, Roberval, Wallis, per non citarne che alcuni. Un successo impressionante, destinato a durare per molti decenni. E a sopravvivere addirittura — almeno per qualche tempo — all'invenzione del calcolo infinitesimale.

A fronte di questo successo sta, come dicevamo, l'oscurità della teoria: che o non verrà presa sul serio o verrà ferocemente attaccata. Persino le meditazioni di Cavalieri stesso sul problema di fornire al suo metodo salde basi geometriche e esposte nelle *Exercitationes geometricae sex* (Bologna, 1647) lo porteranno a sviluppare una risposta in qualche modo di retroguardia: a tentare cioè di giustificarli alla luce dei metodi classici. Reinseriti nell'ambito dei metodi della geometria classica, gli indivisibili regrediscono a pure tecniche di dimostrazione, che sopravviveranno solo fin quando riusciranno a dare dei risultati. Alla fine del secolo, una volta esaurita la loro forza, essi svaniranno per lasciare il posto ai metodi piú potenti del calcolo infinitesimale. Anche il tentativo e il successo di Cavalieri sembrano dunque, alla fin fine, arenarsi nelle stesse secche in cui si era smarrita la via regia di Valerio.

4 La meccanica

4.1 Le tradizioni medievali: Giordano

Il Medioevo latino aveva conosciuto un vasto interesse per la meccanica e lo studio del movimento. Tanto vasto che Pierre Duhem (1861–1916), forse il primo a individuare il contributo medievale alla scienza, non esitò a trovarvi la prova documentale delle radici medievali della scienza moderna.

> Le pretese rivoluzioni intellettuali — scriveva nella prefazione delle *Origines de la statique* (1905) — non sono state altro, nella maggior parte dei casi, che evoluzioni lente e lungamente preparate; i sedicenti rinascimenti reazioni spesso ingiuste e sterili.

Le posizioni di Duhem furono riprese, sviluppate e temperate da Anneliese Maier, Ernst Moody, Marshall Clagett e in una certa misura anche da Alexandre Koyré. Non è ovviamente questo il luogo per discutere un filone storiografico che ha attraversato tutto il Novecento; bisogna però per lo meno accennare al fatto che, nelle sue estreme conseguenze, la visione "medievalista" delle origini della scienza moderna porta a una svalutazione profonda del contributo del Rinascimento: una sorta di parentesi fra un "grande" Medioevo che avrebbe individuato concetti quali il principio di inerzia o la quantità di moto e il "grande" Seicento di Galileo e Newton.

Da quanto abbiamo detto sin qui, dovrebbe essere chiaro che una tale visione non può essere in nessun modo condivisa in una prospettiva di storia delle discipline matematiche, soprattutto se si accolga un'accezione burckhardtiana dell'estensione temporale del termine "Rinascimento". Dalle corti di Federico II e dei Papi, fino a quelle dei duchi di Urbino e dei Medici, passando attraverso le scuole d'abaco e le botteghe degli artisti di Firenze o di Venezia, abbiamo seguito tutto un intrecciarsi di motivi e tradizioni che culminano nei risultati dell'Italia del Cinquecento. Lo stesso recupero dei Classici matematici antichi non può essere visto come un fenomeno passivo: ritrovare, leggere, interpretare, tradurre, commentare un classico significa *fare* matematica, e farla in modo da porre le basi per nuove ricerche: le vicende dell'ottica e della nascita della prospettiva geometrica, o degli sviluppi della geometria archimedea in Maurolico Valerio e Cavalieri costituiscono un esempio assai eloquente. Un simile approccio dovrebbe essere tentato anche per la storia della meccanica. Anzi, proprio in questo campo è piú evidente come sia stato lo sciogliersi e l'annodarsi di approcci diversi a creare le condizioni per le innovazioni che vi apporterà Galileo.

Uno di questi fili è senz'altro di origine medievale, ed è rappresentato dalla tradizione degli scritti di statica di Giordano Nemorario e di un trattatello pseudo-archimedeo, il *Liber Archimenedis de ponderibus*. Giordano, o Jordanus de Nemore, fu uno studioso dell'inizio del XIII secolo della cui vita cui sappiamo ben poco, oltre alle numerose opere — di statica, di aritmetica, geometria e di astronomia — che gli sono attribuite. Allo stesso modo, c'è una certa incertezza su quanti e quali testi vadano ascritti alla sua penna o piuttosto a quella di suoi discepoli o commentatori. Di certo però conosciamo la sua influenza: per esempio Ruggero Bacone cita i suoi lavori nell'*Opus maius*; le sue opere ci sono giunte attraverso un discreto numero di copie manoscritte; e, cosa ancor piú significativa, saranno fra le prime opere scientifiche a venir stampate nel Cinquecento[16].

[16]Suoi lavori di aritmetica e di musica vengono stampati a Parigi nel 1510 e nel 1514; a Norimberga nel 1533 esce una raccolta di scritti di

Le opere di statica che gli vengono attribuite sono gli *Elementa Jordani de ponderibus*, il *Liber de ponderibus* e il *De ratione ponderis*. Non possiamo entrare qui in una discussione dettagliata sul loro contenuto e sulle complesse discussioni storiografiche a proposito della loro attribuzione e dei rapporti fra di loro[17]; basterà osservare alcuni elementi di contenuto.

Nell'opera di Giordano viene introdotto un concetto, quello di *gravitas secundum situm* che dovrebbe servire a dar conto della diversa efficacia del peso a seconda della sua collocazione in un sistema statico: un peso è tanto piú grave *secundum situm* quanto piú la sua "linea di moto" è piú prossima alla verticale. L'autore si sforza di mettere in opera questo strumento concettuale nella dimostrazione della legge della leva o del piano inclinato. Applicando il concetto di *gravitas secundum situm* nella dimostrazione dell'equilibrio della leva (i gravi si fanno equilibrio da distanze inversamente proporzionali ai loro pesi) Giordano sembra avere presente un germe dell'idea del principio delle velocità o dei lavori virtuali, anche se non è esplicitamente postulato e nemmeno enunciato nel corso della dimostrazione. Nel caso del piano inclinato, pur nel contesto di un discorso dimostrativo non molto chiaro, Giordano arriva a enunciare correttamente la legge per cui

statica a lui attribuiti. Come vedremo fra breve, la sua opera di statica verrà ripresa da Tartaglia. I suoi lavori sulla proiezione stereografica saranno un punto di riferimento anche per Commandino (cfr. nota 14).

[17]La riscoperta di Giordano va attribuita, come molte altre nel genere, a Pierre Duhem. Per una panoramica sulla problematica si veda la *Scienza della meccanica nel Medioevo* di Marshall Clagett che insieme con Ernst Moody ha contribuito molto all'affermazione di Giordano come "precursore" di concetti chiave della statica quali il principio dei lavori virtuali o il concetto di momento. Crediamo valga la pena, per sentire un punto di visto piuttosto diverso, rinviare anche a un articolo di Benjamin Ginzburg ("Duhem and Jordanus Nemorarius", *Isis*, 25 (1936), 341–62) che, nonostante risalga agli anni Trenta, contiene un'analisi acuta e interessanti spunti metodologici.

dati due pesi P_1 e P_2 posti su due piani inclinati di stessa altezza, ma di lunghezze L_1 e L_2 diverse (e quindi di diversa inclinazione), i pesi saranno proporzionali alle lunghezze: $P_1 : P_2 = L_1 : L_2$. È da sottolineare da un lato che il risultato di Giordano fa da contrasto con quelli ottenuti nell'Antichità e riportati da Erone e Pappo, entrambi erronei; dall'altro che la dimostrazione si appoggia quasi interamente sulla definizione (o "postulato") relativa alla *gravitas secundum situm*, che variando con l'inclinazione del piano, fa variare l'efficacia del peso sui due piani inclinati. Piú che anticipazione della grandezza fisica che chiamiamo momento meccanico (forza $\times$ distanza) la *gravitas secundum situm* sembra essere un'idea essenzialmente qualitativa che permette di dare un nome a un'intuizione fisica: si fa meno fatica a tirar su un peso lungo la verticale che a spingerlo lungo un piano inclinato.

Analogamente, nel *Liber Archimenedis de ponderibus* — un testo anonimo, dedicato a confronti fra i corpi in peso e in volume che ebbe anch'esso una grande diffusione a partire dal XIII secolo[18] — troviamo il concetto di *gravitas secundum speciem*: se si vuole paragonare la *gravitas* dell'oro e dell'argento in questo modo, ciò si dovrà fare "supposita equalitate magnitudinis corporalis", prendendo cioè volumi uguali dei due corpi. Anche qui siamo lontani dall'avere un concetto matematizzato di peso specifico, e siamo di fronte a una nozione qualitativa che ha però il pregio di riuscire a trovare le "parole per dire" che il ferro è piú pesante della paglia.

I testi di Giordano e il *de ponderibus* pseudo-archimedeo conobbero come si detto una grande fortuna nei secoli che vanno dal Duecento al Cinquecento. Circolano negli ambienti filosofico-scientifici della corte di Viterbo, vengono ripresi da

[18] Il testo è trasmesso da una decina di mss. e la prima edizione a stampa è di Venezia, 1518. Anch'esso verrà ripreso da Tartaglia, nei *Ragionamenti* del 1551.

Jean de Murs, un importante matematico e astronomo parigino. Agli albori della stampa vengono ben presto pubblicati. Anche se non sembra siano entrati a far parte dell'insegnamento canonico delle scuole d'abaco, per il loro contenuto e il loro approccio si collocano a cavallo fra quello che abbiamo chiamato il filone "filosofico" e la pratica degli ingegneri e dei tecnici. In ogni caso, rappresentano lo sforzo del mondo matematico latino di fondere in un *corpus* i brandelli di conoscenze nel campo fisico-matematico sopravvissuti al naufragio del mondo classico con le riflessioni arabe su queste materie e l'esperienza della pratica quotidiana. Nati insieme al *Liber Abaci* durante la prima rinascenza delle scienze matematiche in Occidente, per dare frutto avrebbero dovuto però aspettare di ritrovare le loro radici classiche nel corso del Cinquecento.

4.2 Il Cinquecento e l'affermarsi della meccanica come scienza

Come abbiamo visto, il XVI secolo vede l'affermarsi della tradizione archimedea; grazie in particolare a Commandino e alla sua scuola, verso la fine del Cinquecento i *Galleggianti* e l'*Equilibrio dei piani* si impongono all'attenzione della comunità scientifica. Non solo di quella matematica: abbiamo già accennato (§ 1.2) a Francesco Buonamici, professore di filosofia a Pisa, che si misura nel suo *De motu* con i risultati archimedei sul galleggiamento, e ad analoghe posizioni di Iacopo Mazzoni.

Questo ampio successo culturale della matematica archimedea si spiega anche grazie al recupero, che inizia nei primi anni del secolo, di un testo (pseudo-)aristotelico: le *Quaestiones mechanicae*. Pressoché sconosciute durante il Medioevo, vennero riscoperte nel Cinquecento, diventando in breve tempo il riferimento obbligato per ogni discussione di meccanica.

Generalmente attribuite ad Aristotele durante i secoli XVI e XVII, il loro testo greco viene pubblicato a Venezia nel 1497[19]. Vittore Fausto (un umanista che progettò e riuscí anche a far costruire una quinquireme classica) le pubblica in latino a Parigi nel 1517, ma nel corso del secolo verranno tradotte anche in varie lingue volgari, commentate, parafrasate.

Particolare importanza e successo[20] ha la parafrasi che pubblica a Roma nel 1547 Alessandro Piccolomini — filosofo aristotelico molto prolifico e interessato alle matematiche: scrisse, fra l'altro di astronomia e sui rapporti tra matematica e logica. "Meccanica", fino ad allora era stato sinonimo di "arte manuale", che comprendeva un po' di tutto ciò che non era soggetto di scienza. Ma Piccolomini, in apertura del suo commento, non esita a classificare la meccanica come una scienza, la scienza che permette di determinare i "principi e le cause" delle arti manuali. La scoperta che il Filosofo aveva scritto di meccanica, si accoppia dunque con l'elevazione a scienza da "numerare fra le matematiche" di questa disciplina, che ci permette di superare la Natura:

> Con questa dunque scientia ... mecanica restiamo superiori in quelle cose, nelle quali dalla natura saremmo soprafatti, cioè nel superar le cose maggiori, col mezo delle minori, et in quelle, che essendo di poca forza, e gravezza, nondimeno muoveno cose piú gravi; ... Perché chi non prenderebbe ammiratione vedendo spesso da poca forza muover un grave peso, e massime

[19]L'attribuzione del testo ad Aristotele è essenzialmente dovuta al Cardinale Bessarione, proprietario del manoscritto su cui Aldo Manuzio esemplò la *princeps* greca, inclusa nel secondo volume della sua edizione del corpus aristotelico. La questione è stata lungamente dibattuta ed ancora oggi non può dirsi del tutto chiusa, cfr. Gianni Micheli, *Le origini del concetto di macchina*, Firenze, Olschki, 1995.

[20]Ristampata a Venezia nel 1565, viene anche tradotta in italiano (Roma, 1582).

> con l'aggiungerli nuovo peso? ... A chi non parranno queste e molt'altre simil cose, meravigliose finché non sarà nota la cagione, molto piú meravigliosa, onde tutte queste cose procedono? Non è dunque inconveniente, che tal questioni, che già habbiam chiamate mecaniche, essendo prodotte da mirabil cagione, sieno ancor esse mirande[21].

Il testo delle *Quaestiones* si propone dunque di dar conto delle cause di certi effetti "miracolosi" delle macchine ed è strutturato come un catechismo, in forma di domande e risposte. Il tentativo è quello di ricondurre gli effetti delle macchine semplici alla leva, e quest'ultima alle proprietà "meravigliose" del cerchio (o, se si vuole, dei moti circolari). Questa impostazione spiega bene perché Piccolomini non esiti a collocare questa "nuova" scienza fra le matematiche, ma al tempo stesso permette di cogliere nuovi significati nei testi medievali, e in particolare nella dimostrazione della legge della leva proposta da Giordano, che proprio in quegli anni viene stampato e ristampato. Tartaglia, come al solito attento alle novità, nei *Quesiti et inventioni diverse* (Venezia, 1546 e 1554) presenterà per l'appunto una sua parafrasi del testo aristotelico (VII libro) e una discussione della *scientia de pesi* ripresa da Giordano[22].

Per un attimo, dunque, tutti i fili delle varie tradizioni sembrano riunirsi nella figura del matematico bresciano: quella filosofica, erede delle tradizioni medievali e del rinnovato

[21] *Parafrasi di Mons. Alessandro Piccolomini ... sopra le mecaniche di Aristotile*, Roma, F. Zanetti, 1582, pp. 15–16.

[22] Il suo interlocutore in questa discussione è Diego Hurtado de Mendoza, diplomatico spagnolo che tradurrà nella sua lingua le *Quaestiones*. Il testo di Giordano ripreso senza citarlo nell'VIII libro è il *De ratione ponderis*, che verrà poi pubblicato nel 1565, dopo la morte di Tartaglia, col titolo *Iordani Opusculum de ponderositate Nicolai Tartaleae studio correctum*.

aristotelismo cinquecentesco; le tradizioni della cultura dell'abaco e le problematiche degli ingegneri e degli uomini d'arme; quella della matematica e della meccanica archimedea di cui Tartaglia è uno dei primi editori e promotori. Ma siamo ancora ben lontani da una sintesi. Le difficoltà di elaborare un quadro concettuale in cui riuscire a collocare i problemi alla nozione di centro di gravità e di equilibrio da cui si possano dedurre i principi delle macchine semplici sono appena sfiorate nei vari testi di Tartaglia, che si limita a giustapporre risultati provenienti da tradizioni diverse.

4.3 Galileo

4.3.1 Guidobaldo: la geometria dietro le macchine

Un primo vero tentativo di sintesi — sotto il segno di Archimede — verrà da Guidobaldo Dal Monte, il piú famoso e influente fra gli allievi di Commandino, amico e protettore di Galileo. Il suo *Mechanicorum liber* (Pesaro, 1577, edizione italiana Venezia, 1581) è un importante trattato sulle macchine semplici, che vengono ricondotte tutte alla bilancia, le cui leggi vengono dedotte da considerazioni relative al centro di gravità. È un testo importante, perché il suo scopo dichiarato è quello di "svelare" la struttura geometrica che soggiace alle macchine che riescono a fare operazioni apparentemente meravigliose e che avrà una notevole influenza su Galileo. Ma, nonostante il buon livello di questo testo, quando Guidobaldo arriva a trattare del piano inclinato, preferisce la soluzione erronea di Pappo a quella corretta, ma non risalente a una tradizione classica, fornita da Giordano Nemorario e riesposta da Tartaglia. Purismo che nella *Paraphrasis in duos Archimedis aequiponderantium libros* (Pesaro, 1588: opera con cui Guidobaldo continuava idealmente l'attività di edizioni archimedee del suo maestro) tende a trasformarsi in concordismo. La prefazione infatti è dedicata a un'analisi sia delle differenze di opinione fra l'Aristotele delle *Quaestiones mechanicae* e l'Archimede degli *Equiponderanti*, sia a una rassegna dei concetti fondamentali che soggiacciono al testo archimedeo: equilibrio, centro di gravità, ecc. Guidobaldo esprime con estrema chiarezza la sua opinione: il rapporto fra Aristotele e Archimede è di *maximus consensus*; i principi della scienza meccanica sono stati fissati da Aristotele, Archimede li ha sviluppati, trasformandoli in postulati matematici. E, dato il loro totale accordo, seguire Aristotele o Archimede diventa quasi una questione di gusto: se si vuole fare filosofia è il primo che dovremo prendere come guida, ma "nessuno può accostarsi alla matematica, e soprattutto alle discipline meccaniche, senza Archimede".

Con Guidobaldo siamo ormai ben al di là dell'impostazione di Piccolomini o di Tartaglia. Le operazioni delle macchine avvengono ancora "contro natura e grazie all'arte ("praeter naturam et arte fiunt") ma se ne può dare compiuto conto senza ricorrere ad altro che al paradigma della geometria classica. Paradigma, che al tempo stesso dovrebbe permettere di unificare i princípi della meccanica e collocarli in un quadro teorico adeguato. Al centro dell'attenzione vengono ormai poste la statica e l'idrostatica archimedee, che diventano un modello di riferimento per la costruzione di tale quadro deduttivo. Ma, pur con tutta la buona volontà di Guidobaldo, l'opera di Archimede in questo campo costituisce un modello alquanto problematico. *Equilibrio dei piani* e *Galleggianti* discordano spesso tra loro, e non su punti di dettaglio; la nozione di centro di gravità, quella di equilibrio, quella stessa di "aequeponderare" sono tutt'altro che chiare. Come tutt'altro che chiaro è lo *status* di quelle grandezze "derivate" (il momento, la velocità, il peso specifico, la pressione). In

Archimede esse non sono mai definite, ma solo utilizzate: per esempio si parla di corpi che si fanno equilibrio da certe distanze, ma non di corpi aventi lo stesso momento; di corpi che pesano ugualmente a parità di volume, ma non di corpi aventi lo stesso peso specifico. Abbiamo visto come queste nozioni avessero cominciato a farsi strada nelle tradizioni medievali, e lo stesso Guidobaldo nel *Mechanicorum liber* è costretto a fare i conti con il concetto di *gravitas secundum situm*.

Una nuova sintesi, evidentemente, deve riuscire ad andare anche oltre Archimede.

4.3.2 Dai *De motu antiquiora* alle *Mecaniche*

Guidobaldo fu il primo mentore, il primo amico e il primo collaboratore di Galileo. È un peccato che non sia disponibile uno studio approfondito ed esauriente dei rapporti fra queste due personalità: un giovane matematico ancora sconosciuto, e uno scienziato di fama, erede della tradizione di Commandino. È a Guidobaldo che Galileo deve il primo sostegno nelle sue ricerche sui centri di gravità dei solidi; è a lui che deve il posto di lettore di matematica a Pisa. Al tempo stesso, fra i due si sviluppa un intenso rapporto di collaborazione[23], un rapporto che forse fu alimentato dalla comune ammirazione verso il "suprahumanus" Archimede.

Ma al di là di questa ammirazione, in Galileo si deve essere fatta ben presto strada la convinzione era necessario andare

[23]Sembra che le prime ricerche galileiane sulla traiettoria parabolica dei proiettili siano avvenute in collaborazione con il marchese del Monte (cfr. J. Renn, P. Damerow e S. Rieger, "Hunting the White Elephant", *Science in context*, 13 (2000), pp. 29–149). Importanti materiali, in gran parte inediti, si possono trovare in R. Tassora, *Le "Meditatiunculae de rebus mathematicis" di Guidobaldo Dal Monte*, Dottorato di ricerca in Storia della Scienza, XIII ciclo, Università di Bari, 2001.

non solo oltre il concordismo di Guidobaldo e del loro comune amico Jacopo Mazzoni, ma anche oltre Archimede stesso. Ne sono una prova gli scritti giovanili detti *De motu antiquiora*: un testo ricchissimo, ed estremamente interessante per comprendere l'evoluzione successiva del pensiero galileiano. Composti quasi certamente a Pisa prima del 1590, sono da collocare nel contesto delle dispute sul moto degli elementi che erano all'ordine del giorno nell'ateneo pisano. Il giovane matematico si gettò nella disputa, cercando di elaborare una teoria del moto naturale dei gravi e dei leggeri che si fondasse completamente su ragioni archimedee.

L'idea centrale dei *De motu* è quella di negare l'esistenza di una leggerezza positiva (di un principio interno ai corpi, cioè, che li spingerebbe a salire verso l'alto). Unica e sola causa del moto naturale è la gravità. E il moto verso l'alto dei corpi cosiddetti "leggeri" si deve spiegare attraverso il principio di Archimede: è il mezzo che, essendo piú pesante di questi corpi, li fa salire. Dove Buonamici — e praticamente tutto il filone della tradizione che abbiamo definito "filosofico" (cfr. 1.2), ivi compreso Guidobaldo stesso — si limitava a riconoscere la correttezza matematica della descrizione del fenomeno, lasciando però al Filosofo la spiegazione della causa, Galileo vuole ribaltare completamente il punto di vista.

Si scontrava però con una difficoltà. Archimede aveva dedotto i suoi teoremi sul galleggiamento — e quindi anche sulla spinta che ricevono i corpi immersi in un liquido — da un postulato che afferma sostanzialmente che le parti di un liquido piú premute scacciano quelle meno premute. Postulato che si avvicina pericolosamente a ciò che Galileo vuole appunto dimostrare: che il moto dei corpi in un mezzo avviene perché il mezzo li estrude. L'idea, fra l'altro, non era particolarmente nuova: già altri, come Giovan Battista Benedetti (1530-1590), avevano tentato, "contra Aristotelem et omnes philosophos", di seguire questa strada, assumendo i teoremi di Archimede come punto di partenza. Ma Galileo, probabilmente per sfuggire a una facile accusa di petizione di principio, volle cercare di ridimostrare i teoremi archimedei sul galleggiamento partendo da principi diversi da quello dei *Galleggianti*. L'idea è quella di ricondurre il galleggiamento a una bilancia a bracci uguali. Prendiamo per esempio il caso di un corpo piú leggero dell'acqua e supponiamo che, per assurdo, si immerga e che poi il liquido resti in quiete. Il corpo, immergendosi, avrà però alzato un certo volume d'acqua a lui uguale (almeno cosí pensava il giovane Galileo). Siccome per ipotesi il corpo è piú leggero dell'acqua, non ci potrà essere equilibrio fra il peso dell'acqua spostata che preme per tornare in giú e il peso del corpo stesso: come avviene appunto in una bilancia a bracci uguali cui siano appesi un peso piú pesante e uno piú leggero. Dimostrazione semplice, e dall'apparenza molto convincente. Peccato che sia sbagliata, come lo stesso Galileo dovette accorgersi molti anni dopo, nel 1612.

Non possiamo entrare qui nell'analisi di questo errore, né tantomeno sviluppare fino in fondo una discussione delle problematiche presenti nei *De motu.* Ma vale la pena, almeno, di rilevare come i temi archimedei giocassero un ruolo di primo piano: se mette da parte il postulato dei *Galleggianti* è solo per sostituirlo con i principi dell'*Equilibrio dei piani*; e idee molto simili lo conducono non solo a stabilire contro Pappo (e contro il suo amico Guidobaldo) la legge corretta del moto dei corpi lungo piani inclinati, ma anche a concepire l'idea che un corpo posto su un piano perfettamente orizzontale e liscio, potrà essere mosso da una qualunque forza, per quanto piccola sia. I *De motu antiquiora* rappresentano insomma un tentativo di applicare la matematica per ottenere una descrizione completa ed esaustiva dei fenomeni naturali; tentativo ancora ingenuo, ma che già si distacca dai suoi stessi maestri: il "divino" Tolomeo, il "divinissimo" Archimede, ma anche il suo mentore Guidobaldo. Galileo ha ormai imboccato la strada per tentare la costruzione di un modello geometrico del moto.

Di lí a poco ci sarebbe stato il trasferimento a Padova e i corsi di meccanica. Lezioni che dovettero riscuotere un grande successo fra gli studenti padovani, visto che (nonostante Galileo non le pubblicasse) ci sono pervenute in un gran numero di copie manoscritte[24]. Il testo delle *Mecaniche* segue l'impianto del *Mechanicorum liber* di Guidobaldo: spiegare le macchine semplici riducendole alla leva. Se ne distacca, tuttavia, per vari motivi. Il primo è il tipo di interlocutore: il testo — scritto in volgare — sembra indirizzato agli architetti, ingegneri, tecnici idraulici, artigiani, più che ai *philosophi*. È infatti a loro che si rivolge subito, con un radicale ribaltamento della prospettiva che aveva accompagnato gli studi meccanici per tutto il Cinquecento, almeno a partire dalla parafrasi di Piccolomini:

> ... ho visto ingannarsi l'universale dei mecanici, nel volere a molte operazioni, di sua natura impossibili, applicare machine, dalla riuscita delle quali, ed essi sono rimasti ingannati, ed altri parimenti sono rimasti defraudati ... Dei quali inganni parmi di avere compreso essere principalmente cagione la credenza ... di potere con poca forza muovere ed alzare grandissimi pesi, ingannando, in un certo modo, con le loro machine la natura ...

No, dice Galileo: la natura non si inganna; gli effetti meravigliosi delle macchine si spiegano perché nell'azione meccanica ciò che si guadagna in forza si perde in velocità. Il gran peso che sembra venir alzato con una piccola forza, in effetti è alzato dall'azione ripetuta piú e piú volte — grazie appunto

[24] La prima edizione delle *Mecaniche* è del 1649 (a cura di Luca Danesi, Ravenna), ma era stata preceduta dalla pubblicazione di una traduzione francese curata da Mersenne (*Les méchaniques de Galilée*, Paris, Guénon, 1634). Il primo lavoro critico sul testo fu compiuto da Antonio Favaro per l'edizione nazionale delle *Opere* (II volume, pp. 147 e sgg.); nel 2002 R. Gatto ha pubblicato un'edizione critica (Firenze, L. S. Olschki) che tiene conto di tutti i mss. noti.

alla macchina — di quella forza[25]. Non basta, come credeva Guidobaldo, svelare la struttura geometrica della macchina: occorre un'analisi piú complessa delle grandezze in gioco. Ed è qui che Galileo introduce, accanto alla *gravità* dei corpi, il loro *momento*:

> Momento è la propensione di andare al basso, cagionata non tanto dalla gravità del mobile, quanto dalla disposizione che abbino tra loro diversi corpi gravi; mediante il qual momento si vedrà molte volte un corpo men grave contrapesare un altro di maggior gravità, come nella stadera si vede un picciolo contrapeso alzare un altro peso grandissimo, non per eccesso di gravità, ma sí bene per la lontananza dal punto donde viene sostenuta la stadera ... È dunque il momento quell'impeto di andare al basso, composto di gravità, posizione e di altro, dal che possa essere tale propensione cagionata.

Non si tratta, si badi bene, di una semplice ripresa di una nozione qualitativa com'era la *gravitas secundum situm*. A differenza della nozione medievale, il momento galileiano diventa

[25] M. Camerota e M.O. Helbing (*All'alba della scienza galileiana: Michel Varro e il suo De motu tractatus*, Cagliari, Cuec, 2000) hanno rintracciato questo "principio compensativo" così importante anche in un'opera (1584) del ginevrino Michel Varro, in cui si trovano anche altri spunti interessanti che lo collegano alle *Mecaniche* galileiane. Più che a possibili plagi, si deve pensare al convergere verso punti comune di condensazione di una riflessione complessa, che attraversa molti strati sociali e culturali, e di cui qui abbiamo potuto dare conto solo in minima parte. Un esempio di cui non possiamo fare a meno di citare sono i lavori del predecessore di Galileo a Padova (e allievo di Maurolico) Giuseppe Moletti, di cui W.R. Laird ha pubblicato alcuni testi di meccanica (*The Unfinished Mechanics of Giuseppe Moletti*, Toronto University of Toronto Press, 2000). Moletti, a differenza di Galileo o di Varro, ambienta significativamente la sua discussione in un contesto di corte, presentandola sotto forma di un dialogo con il duca di Mantova.

un ingrediente matematico fondamentale nella dimostrazione della legge della leva, del piano inclinato e (piú tardi, nel *Discorso intorno alle cose che stanno in sull'acqua* del 1612) del principio di di Archimede e nella spiegazione del paradosso idrostatico. Diventa cioè, sia pur con le difficoltà e le complicazioni che il linguaggio della teoria delle proporzioni impone a Galileo, una grandezza fisica geometrizzata, stretta parente di quella che oggi noi indichiamo come forza $\times$ braccio.

4.3.3 Le difficoltà di un linguaggio

Poco dopo gli anni delle *Mecaniche*, sarebbero venuti quelli della scoperta della proporzionalità fra lo spazio e il quadrato del tempo nel moto di caduta e della ricerca di un quadro teorico che ne permettesse la dimostrazione; gli anni dello studio dei pendoli e dei piani inclinati, della dimostrazione della traiettoria parabolica dei proiettili, dello studio della forza della percossa. Ricerche che accompagneranno Galileo per tutto il resto della sua vita, senza che mai riuscisse a essere completamente soddisfatto dei risultati ottenuti. Sarà solo nel 1638, ormai prigioniero ad Arcetri, che si deciderà a dar loro una forma e a pubblicarle nei *Discorsi*.

In tutte queste ricerche si può rintracciare il filo archimedeo dell'ispirazione che l'aveva originariamente guidato: costruire un modello geometrico dei fenomeni naturali e, in particolare, del movimento. Era un compito assai difficile, assai piú di quanto oggi ci possa sembrare. Da un lato, infatti, molti concetti fisici — velocità, velocità istantanea, momento, peso specifico, accelerazione, forza, tanto per fare qualche esempio — che oggi ci sono familiari, erano assenti o avevano una valenza molto diversa da quella che noi attribuiamo loro. Si trattava di dar loro lo *status* di concetti operativi, e al tempo stesso di costruire per ciascuno di loro un modello matematico capace di descriverli. E qui Galileo si scontrava con un altra difficoltà. Il filo archimedeo, che continua a caratterizzare la sua sintesi, gli impone lo stesso linguaggio di Archimede: quello della teoria delle proporzioni. E questo linguaggio è drammaticamente inadeguato a trattare i problemi che vuole affrontare. È una difficoltà con cui si scontrerà per tutto il corso della sua vita, in particolar modo nei suoi tentativi di costruire un modello matematico in cui potesse dedurre la legge oraria del moto di caduta[26].

Ci troviamo qui di fronte a una difficoltà simile a quella in cui si trovarono Valerio o Cavalieri. Meditando sull'opera geometrica di Archimede erano riusciti ad arrivare a una concezione che andava ben al di là della geometria greca di misura; e, tuttavia, non erano riusciti a spezzare quel paradigma. Allo stesso modo Galileo era riuscito a dilatare l'esempio dell'*Equilibrio dei piani*, dei *Galleggianti* o di certe parti delle *Spirali* fino a creare alla filosofia naturale un'orizzonte completamente nuovo. Ma la struttura del linguaggio matematico che adottava gli impedí di arrivare a sviluppare i suoi modelli in maniera pienamente soddisfacente.

5 Finis Italiae

Nei primi decenni del XVII secolo, dunque, in Italia viene a maturazione un processo che era iniziato quattro secoli prima, a partire dalla ricezione della cultura matematico-scientifica araba. In tutti i campi che abbiamo sfiorato in queste pagine — la prospettiva e la meccanica, l'algebra e la geometria

[26] Una bella sintesi dei tentativi galileiani di costruire un modello matematico in cui dimostrare la legge di caduta si può leggere nell'introduzione di Enrico Giusti a *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Torino, Einaudi, 1990.

di misura — abbiamo potuto vedere come i contributi provenienti da varie tradizioni testuali e variamente recepiti da un multiforme ceto culturale che va dall'artigiano al nobile, dall'ingegnere all'umanista, vengano a fondersi in qualcosa di essenzialmente nuovo: nuove sono le regole per le equazioni e le domande che impongono; nuovo l'approccio di Valerio e nuova la teoria di Cavalieri; nuovi gli strumenti con cui Galileo affronta la geometrizzazione del mondo. Si tratta di innovazioni cruciali per la nascita della matematica e della scienza moderne.

Eppure, paradossalmente, proprio queste innovazioni contengono il germe di un ripiegamento su loro stesse. Vi abbiamo già accennato: si tratta essenzialmente di un problema di linguaggio[27]. L'Italia dell'umanesimo matematico non poteva non eleggere e interiorizzare profondamente come suo modello il linguaggio della matematica antica. E questo linguaggio condannava quasi inesorabilmente le innovazioni che produceva in un vicolo cieco: nell'algebra come in meccanica la teoria delle proporzioni con le sue rigidità e le sue omogeneità chiude la porta a sviluppi di nuovi oggetti come i polinomi, rende quasi impossibile vedere in una somma di velocità uno spazio. E, in geometria di misura, l'approccio di Valerio e Cavalieri si rivelerà troppo ardito, per mancanza di oggetti cui applicarsi: una volta esauriti i materiali archimedei, una volta dominati i nuovi solidi di rotazione proposti da Keplero o le parabole di ordine superiore, sembrava che rimanesse ben poco da fare.

Questa *finis Italiae*, questo inaridirsi dell'orizzonte di ricerca si può cogliere al meglio in Torricelli, erede geniale del-

[27]Ovviamente, ci sarebbe molto da dire sul contesto sociale ed economico del primo Seicento, sulle conseguenze della condanna di Galileo, sui mutati rapporti di forza europei, ecc. Ci limitiamo volutamente ad accennare a un fattore di decadenza che sembra però essere anche stato uno dei fattori di crescita.

la geometria di Cavalieri e al tempo stesso della meccanica galileiana. Non solo è estremamente chiuso ad ogni sollecitazione di novità metodologica che gli venga da Oltralpe, ma è chiaramente allettato dal virtuosismo, da una sorta di matematica barocca. Nel 1644 (sette anni dopo la pubblicazione della *Géométrie* cartesiana) pubblica, fra le altre cose un *De dimensione parabolae* che contiene ben ventuno dimostrazioni diverse del celebre risultato archimedeo. Così come di un gusto genialmente barocco sembrano essere i suoi studi sul solido iperbolico acutissimo, di volume finito e superficie infinita. E stiamo parlando di Torricelli, un gigante. Leibniz, nel suo viaggio Italia del 1689–90, dovrà rimanere dolorosamente stupito della pochezza scientifica dei matematici italiani che incontra.

Insomma: perché il contributo dell'Italia del Rinascimento potesse svilupparsi con lo stesso ritmo di crescita che aveva avuto nel XVI secolo occorreva spezzare le rigidità del paradigma classico. Il "nuovo" italiano si svilupperà nella matematica moderna solo Oltralpe, con l'adozione del linguaggio algebrico di Viète. Nel giro di una trentina d'anni, l'innovazione vietiana permetterà la nascita della curva equazione-cartesiana e di una nuova algebra polinomiale. Piú in prospettiva, con la creazione del calcolo, il vero linguaggio della rivoluzione scientifica. Ma le radici dell'approccio di Viète e della stessa arditezza delle innovazioni cartesiane affondano nel terreno che abbiamo cercato di descrivere in queste pagine.

6 Riferimenti bibliografici

Su un argomento così vasto come la storia delle matematiche e dei suoi intrecci con la cultura medievale e rinascimentale, non è ovviamente possibile dare qui una bibliografia esaustiva. Ci limiteremno ad alcuni riferimenti obbligati e all'indicazione di alcune letture di approfondimento.

Un testo che offre uno sguardo di insieme e una massa ancora insuperata di informazioni sul tema qui trattato è Paul Lawrence Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, Droz, 1976. Sulla matematica del Cinquecento e le tradizioni classiche e medievali si trovano spunti interessanti in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, a cura di E. Giusti, Sansepolcro, Fondazione Piero della Francesca – Peruzzi Editore, 1999. Sui rapporti fra tradizioni matematiche e scienza galileiana, si veda *Medieval and Classical Traditions and the Renaissance of Physico-Mathematical Sciences in the 16th Century*, a cura di P.D. Napolitani e Pierre Souffrin, Turnhout, Brepols, 2001.

Sulla matematica e la cultura dell'abaco si vedano i due volumi degli atti del convegno *Leonardo Fibonacci. Matematica e società nel Mediterraneo nel secolo XIII*, 2 voll.; *Bollettino di storia delle scienze matematiche* **23/2** (2003) e *24/1* (2004). Per una più agile, ma esauriente presentazione *Un ponte sul Mediterraneo: Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente* a cura diE. Giusti, con la collaborazione di R. Petti, Firenze, Il Giardino di Archimede – Edizioni Polistampa, 2002. Sulla prospettiva e il mondo culturale di Piero della Francesca, si veda J.V. Field, *The invention of infinity. Mathematics and Art in the Renaissance*, Oxford University Press, 1997 e *Piero della Francesca tra arte e scienza* a cura di M. Dalai Emiliani e V. Curzi, Venezia, Marsilio, 1994. Sull'algebra ci limitiamo a citare due contributi di E. GIUSTI particolarmente attinenti alle tematiche qui discusse: "Algebra and geometry in Bombelli and Viète", *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, **12/2** (1992), 303–328 e "L'algebra nel *Trattato d'abaco* di Piero della Francesca; osservazioni e congetture", *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* **11/1** (1991) pp. 55–833.

Nel terzo volume delle *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, iterum edidit J.L. HEIBERG, Teubner, Leipzig, 1910–15 (reprint Stuttgart, 1972) si trovano informazioni fondamentali riguardanti la tradizione e la critica del testo e di conseguenza del suo impatto sulla cultura umanistica. Il riferimento d'obbligo per la storia del testo archimedeo nel Medioevo e nel Rinascimento è Marshall CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. 1, University of Wisconsin Press, Madison Wisc., 1964; voll. 2–5, American Philosophical Society, Philadelphia, 1978–84. L'*Archimedes* di Clagett è un'opera immensa: ma si veda almeno l'introduzione al primo volume sulla tradizione arabo-latina e il sommario retrospettivo che si trova alla fine del volume terzo. Su Moerbeke e gli ambienti scientifici della corte di Viterbo non si può mancare l'affresco che ne ha fatto Agostino PARAVICINI-BAGLIANI in *Medicina e scienze della natura alla corte dei Papi nel Duecento*, Centro italiano di studi sull'Alto Medioevo, Spoleto, 1991.

Su Commandino e la scuola di Urbino si può leggere (oltre ai capitoli 9, 10 e 11 di Rose) il libro di Enrico GAMBA e Vico MONTEBELLI *Le scienze a Urbino nel tardo Rinascimento*, Quattro Venti, Urbino, 1988. Su Maurolico e la sua immensa produzione scientifica sono fondamentali gli studi di Rosario MOSCHEO. Ci limitiamo a citarne uno solo: *I Gesuiti e le matematiche nel secolo XVI. Maurolico, Clavio e l'esperienza siciliana*, Messina, Società Messinese di Storia Patria, 1998. Per una bibliografia mauroliciana completa si potrà consultare il sito `http://www.maurolico.unipi.it`, dedicato all'edizione critica dell'opera matematica di Maurolico.

Su Luca Valerio il lavoro più recente è P.D. NAPOLITANI e K. SAITO: "Royal road or labyrinth? Luca Valerio's *De centro gravitatis solidorum* and the beginnings of modern mathematics", *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, **24** (2004). Su Cavalieri restano ancora fondamentali gli studi di E. GIUSTI, *B. Cavalieri and the theory of indivisibles*, Roma, Cremonese, 1981 e di Kirsti ANDERSEN "Cavalieri's Method of Indivisibles", *Archive for History of Exact Sciences*, **31** (1984), pp. 291-367.

Sulla storia della meccanica nel Medioevo sono da vedersi Ernest A. MOODY e M. CLAGETT, *The medieval science of weights* Madison Wisc., University of Wisconsin Press, 1960 e M. CLAGETT, *La scienza della meccanica nel Medioevo*, Milano, Feltrinelli, 1981. Per una prospettiva sugli studi più recenti si vedano *Mechanics and Natural Philosophy: Accommodation and Conflict*, a cura di W. R. LAIRD e S. ROUX "Boston Studies in the Philosophy of Science", Dortrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers, 2007 e *Mechanics and Cosmology in the Medieval and Early Modern Period*, a cura di M. BUCCIANTINI, M. CAMEROTA e S. ROUX, Firenze, Olschki, 2007.