

Agenti risolutori di problemi

Risolvere i problemi mediante ricerca
Maria Simi
a.a 2012/2013

Agenti risolutori di problemi

- Adottano il paradigma della risoluzione di problemi come ricerca in uno spazio di stati (*problem solving*).
- Sono agenti con modello che adottano una rappresentazione atomica dello stato
- Sono particolari agenti con obiettivo, che pianificano l'intera sequenza di mosse prima di agire

Il processo di risoluzione

- Passi che l'agente segue:
 1. Determinazione obiettivo (un insieme di stati)
 2. Formulazione del problema
 - rappresentazione degli stati
 - rappresentazione delle azioni
 3. Determinazione della soluzione mediante ricerca (un piano)
 4. Esecuzione del piano

Che tipo di assunzioni?

- L'ambiente è statico
- Osservabile
- Discreto
 - un insieme finito di azioni possibili
- Deterministico
 - Si assume che l'agente possa eseguire il piano "ad occhi chiusi". Niente può andare storto.

Formulazione del problema

Un problema può essere definito formalmente mediante cinque componenti:

1. Stato iniziale
2. Azioni possibili in s : Azioni(s)
3. Modello di transizione:
Risultato: stato \times azione \rightarrow stato
Risultato(s, a) = s' , uno stato successore

1, 2 e 3 definiscono implicitamente lo spazio degli stati

Formulazione del problema (cnt.)

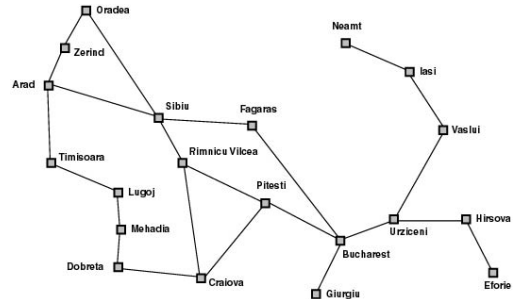
3. Test obiettivo:
 - Un insieme di stati obiettivo
 - Goal-Test: stato $\rightarrow \{true, false\}$
4. Costo del cammino
 - somma dei costi delle azioni (costo dei passi)
 - costo di passo: $c(s, a, s')$
 - Il costo di un'azione/passaggio non è mai negativo

Algoritmi di ricerca

Gli algoritmi di ricerca prendono in input un problema e restituiscono un cammino soluzione, i.e. un cammino che porta dallo stato iniziale a uno stato goal

- **Misura delle prestazioni**
Trova una soluzione? Quanto costa trovarla? Quanto efficiente è la soluzione?
Costo totale = costo della ricerca + costo del cammino soluzione

Itinerario: il problema

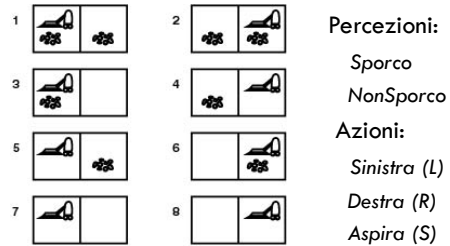


Itinerario: la formulazione

- **Stati:** le città. Es. $In(Pitesti)$
- **Stato iniziale:** la città da cui si parte. $In(Arad)$
- **Azioni:** spostarsi su una città vicina collegata
 - $Azioni(In(Arad)) = \{Go(Sibiu), Go(Zerind) \dots\}$
- **Modello di transizione**
 - $Risultato(In(Arad), Go(Sibiu)) = In(Sibiu)$
- **Costo del cammino:** somma delle lunghezze delle strade
- Lo spazio degli stati coincide con la rete di collegamenti tra città

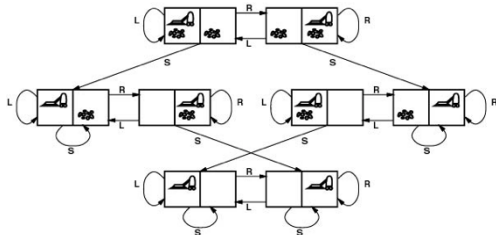
Aspirapolvere: il problema

Versione semplice: solo due locazioni, sporche o pulite, l'agente può essere in una delle due

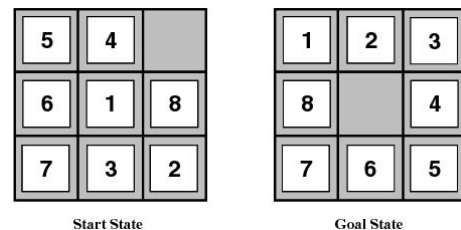


Aspirapolvere: formulazione

- **Obiettivo:** rimuovere lo sporco $\{7, 8\}$
 - Ogni azione ha costo 1
- Spazio degli stati :



Il puzzle dell'otto



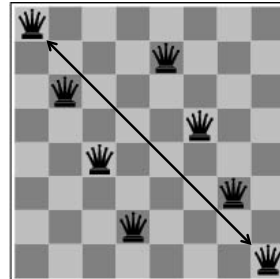
Puzzle dell'otto: formulazione

- *Stati*: possibili configurazioni della scacchiera
- *Stato iniziale*: una configurazione
- *Obiettivo*: una configurazione
Goal-Test: Stato obiettivo?
- *Azioni*: mosse della casella bianca
in sù: ↑ in giù: ↓
a destra: → a sinistra: ←
- *Costo cammino*: ogni passo costa 1

- Lo spazio degli stati è un grafo con possibili cicli.

1	2	3
8		4
7	6	5

Le otto regine: il problema



Collocare 8 regine sulla scacchiera in modo tale che nessuna regina sia attaccata da altre

Le otto regine: *Formulazione incrementale 1*

- *Stati*: scacchiere con 0-8 regine
- *Goal-Test*: 8 regine sulla scacchiera, nessuna attaccata
- *Costo cammino*: zero
- *Azioni*: aggiungi una regina
 $64 \times 63 \times \dots \times 57 \sim 3 \times 10^4$
sequenze da considerare!

Le otto regine: *Formulazione incrementale 2*

- *Stati*: scacchiere con 0-8 regine, nessuna minacciata
- *Goal-Test*: 8 regine sulla scacchiera, nessuna minacciata
- *Costo cammino*: zero
- *Azioni*: aggiungi una regina nella colonna vuota più a destra ancora libera in modo che non sia minacciata
2057 sequenze da considerare

Le 8 regine: *Formulazione a stato completo*

- *Goal-Test*: 8 regine sulla scacchiera, nessuna minacciata
- *Costo cammino*: zero
- *Stati*: scacchiere con 8 regine, una per colonna
- *Azioni*: sposta una regina nella colonna, se minacciata

Dimostrazione di teoremi

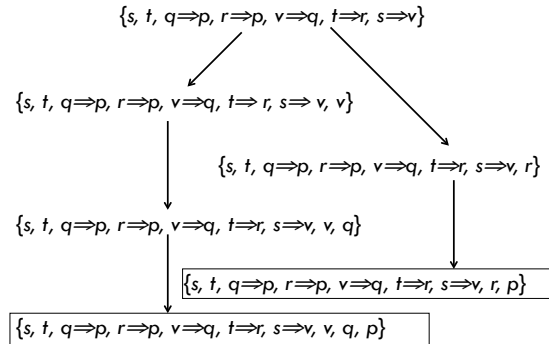
- Il problema:
Dato un insieme di premesse
 $\{s, t, q \Rightarrow p, r \Rightarrow p, v \Rightarrow q, t \Rightarrow r, s \Rightarrow v\}$
dimostrare una proposizione p
- Nel calcolo proposizionale un'unica regola di inferenza, il *Modus Ponens (MP)*:
 $\text{Se } p \text{ e } p \Rightarrow q \text{ allora } q$

Dim. teoremi: formulazione

- *Stati*: insiemi di proposizioni
- *Stato iniziale*: un insieme di proposizioni (le premesse).
- *Stato obiettivo*: un insieme di proposizioni contenente il teorema da dimostrare. *Es p*.
- *Operatori*: l'applicazione del MP, che aggiunge teoremi

continua

Dim. teoremi: spazio degli stati

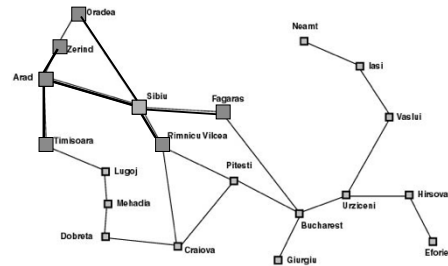


Problemi reali

- Pianificazione di viaggi aerei
- Problema del commesso viaggiatore
- Configurazione VLSI
- Navigazione di robot
- Montaggio automatico
- Progettazione di proteine
- ...

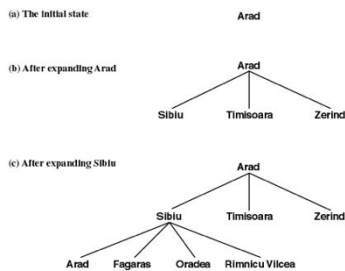
Ricerca della soluzione

Generazione di un albero di ricerca sovrapposto allo spazio degli stati



Ricerca della soluzione

Generazione di un albero di ricerca sovrapposto allo spazio degli stati



Ricerca ad albero

function Ricerca-Albero (*problema*)

returns soluzione oppure **fallimento**

Inizializza la frontiera con stato iniziale del problema

loop do

if la frontiera è vuota **then return** fallimento

Scegli un nodo foglia da espandere e rimuovilo dalla frontiera

if il nodo contiene uno stato obiettivo

then return la soluzione corrispondente

Espandi il nodo e aggiungi i successori alla frontiera

I nodi dell'albero di ricerca

Un nodo n è una struttura dati con quattro componenti:

- Uno stato: $n.stato$
- Il nodo padre: $n.padre$
- L'azione effettuata per generarlo: $n.azione$
- Il costo del cammino dal nodo iniziale al nodo: $n.costo\text{-}cammino$ indicata come $g(n)$

Struttura dati per la frontiera

- *Frontiera*: lista dei nodi in attesa di essere espansi (le foglie dell'albero di ricerca).
- La frontiera è implementata come una coda con operazioni:
 - Vuota?(coda)
 - POP(coda) estrae il primo elemento
 - Inserisci(elemento, coda)
 - Diversi tipi di coda hanno diverse funzioni di inserimento e implementano strategie diverse

Diversi tipi di strategie

- FIFO- First In First Out
 - Viene estratto l'elemento più vecchio (in attesa da più tempo); in nuovi nodi sono aggiunti alla fine.
- LIFO-Last In First Out
 - Viene estratto il più recentemente inserito; i nuovi nodi sono inseriti all'inizio
- Coda non priorità
 - Viene estratto quello con priorità più alta in base a una funzione di ordinamento; dopo l'inserimento dei nuovi nodi si riordina.

Strategie non informate

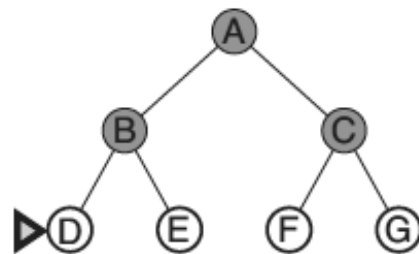
- Ricerca in ampiezza
- Ricerca di costo uniforme
- Ricerca in profondità
- Ricerca in profondità limitata
- Ricerca con approfondimento iterativo

Vs strategie di ricerca euristica (o informata):
fanno uso di informazioni riguardo alla distanza stimata dalla soluzione

Valutazione di una strategia

- *Completezza*: se la soluzione esiste viene trovata
- *Ottimalità* (ammissibilità): trova la soluzione migliore, con costo minore
- *Complessità nel tempo*: tempo richiesto per trovare la soluzione
- *Complessità nello spazio*: memoria richiesta

Ricerca in ampiezza (BF)



Implementata con una coda che inserisce alla fine (FIFO)

Ricerca in ampiezza (su albero)

```

function Ricerca-Ampiezza-A (problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
  frontiera = una coda FIFO con nodo come unico elemento
  loop do
    if Vuota?(frontiera) then return fallimento
    nodo = POP(frontiera)
    for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
      figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
      if Problema.TestObiettivo(figlio.Stato) then return Soluzione(figlio)
      frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) /* frontiera gestita come coda FIFO
  end
  
```

Analisi complessità spazio-temporale

- Assumiamo
 - b = fattore di diramazione (numero max di successori)
 - d = profondità del nodo obiettivo più superficiale
 - m = lunghezza massima dei cammini nello spazio di ricerca

Ricerca in ampiezza: analisi

- Strategia completa
 - Strategia ottimale se gli operatori hanno tutti lo stesso costo k , cioè $g(n) = k \cdot \text{depth}(n)$, dove $g(n)$ è il costo del cammino per arrivare a n
 - Complessità nel tempo (nodi generati)

$$T(b, d) = b + b^2 + \dots + b^d \rightarrow O(b^d)$$
 - Complessità spazio (nodi in memoria): $O(b^d)$
- Nota: O notazione per la complessità asintotica

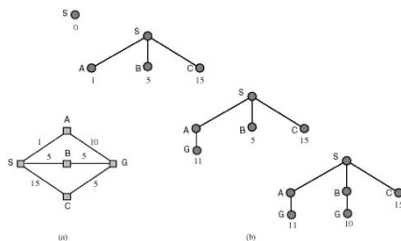
Ricerca in ampiezza: esempio

- Esempio: $b=10$; 1 milione nodi al sec generati; 1 nodo occupa 1000 byte

Profondità	Nodi	Tempo	Memoria
2	110	0,11 ms	107 kilobyte
4	11.100	11 ms	10,6 megabyte
6	10^6	1.1 sec	1 gigabyte
8	10^8	2 min	103 gigabyte
10	10^{10}	3 ore	10 terabyte
12	10^{12}	13 giorni	1 petabyte
14	10^{14}	3,5 anni	10 esabyte

Ricerca di costo uniforme (UC)

Generalizzazione della ricerca in ampiezza: si sceglie il nodo di costo minore sulla frontiera (si intende il costo del cammino)



Implementata da una coda ordinata per costo crescente (in cima i nodi di costo minore)

Ricerca UC (su albero)

```

function Ricerca-UC-A (problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  frontiera = una coda con priorità con nodo come unico elemento
  loop do
    if Vuota?(frontiera) then return fallimento
    nodo = POP(frontiera)
    if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
    for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
      figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
      frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) /* in coda con priorità
  end
  
```

Costo uniforme: analisi

Ottimalità e completezza garantite purché il costo degli archi sia maggiore di $\epsilon > 0$.

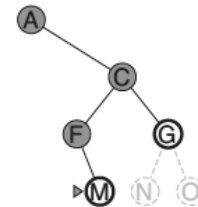
C^* è il costo della soluzione ottima

$\lfloor C^*/\epsilon \rfloor$ è il numero di mosse nel caso peggiore, arrotondato per difetto

Complessità: $O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$

Nota: quando ogni azione ha lo stesso costo UC somiglia a BF ma complessità $O(b^{1+d})$

Ricerca in profondità



Implementata da una coda che mette i successori in testa alla lista (LIFO, pila o stack).

Ricerca in profondità: analisi

- Se m distanza massima della soluzione nello spazio di ricerca
 b fattore di diramazione
 - Tempo: $O(b^{m+1})$
 - Occupazione memoria: $bm + 1$
- Strategia *non completa* e *non ottimale*.
- Drastico risparmio in memoria:

BF	$d=16$	10 esabyte
DF	$d=16$	156 Kbyte

Ricerca in profondità ricorsiva

- Ancora più efficiente in occupazione di memoria perché mantiene solo il cammino corrente (solo m nodi nel caso pessimo)
- Realizzata da un algoritmo ricorsivo “con backtracking” che non necessita di tenere in memoria b nodi per ogni livello, ma salva lo stato su uno stack a cui torna in caso di fallimento per fare altri tentativi.

Ricerca in profondità (su albero)

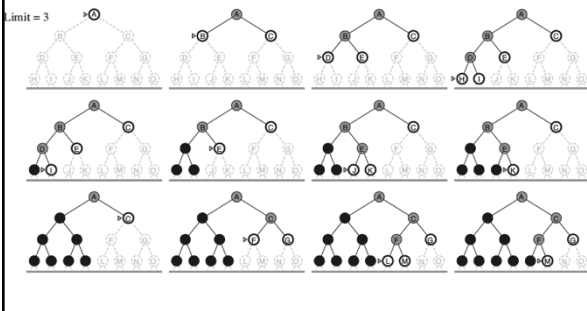
```
function Ricerca-DF-A (problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  return Ricerca-DF-ricorsiva(CreaNodo(problema.Stato-iniziale), problema)
```

```
function Ricerca-DF-ricorsiva(nodo, problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
  else
  for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
    figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
    risultato = Ricerca-DF-ricorsiva(figlio, problema)
    if risultato ≠ fallimento then return risultato
  return fallimento
```

Ricerca in profondità limitata (DL)

- Si va in profondità fino ad un certo livello predefinito ℓ
- *Completa* per problemi in cui si conosce un limite superiore per la profondità della soluzione.
Es. Route-finding limitata dal numero di città – 1
- Completo: se $d < \ell$
- Non ottimale
- Complessità tempo: $O(b^\ell)$
- Complessità spazio: $O(b \cdot \ell)$

Approfondimento iterativo (ID)



ID: analisi

- Miglior compromesso tra BF e DF
 BF: $b+b^2+ \dots +b^{d-1}+b^d$ con $b=10$ e $d=5$
 $10+100+1000+10.000+100.000=111.110$
- ID: I nodi dell'ultimo livello generati una volta, quelli del penultimo 2, quelli del terzultimo 3 ... quelli del primo d volte
 ID: $(d)b+(d-1)b^2+ \dots +3b^{d-2}+2b^{d-1}+1b^d$
 $= 50+400+3000+20.000+100.000=123450$
- Complessità tempo: $O(b^d)$ Spazio: $O(b \cdot d)$

Direzione della ricerca

Un problema ortogonale alla strategia è la *direzione della ricerca*:

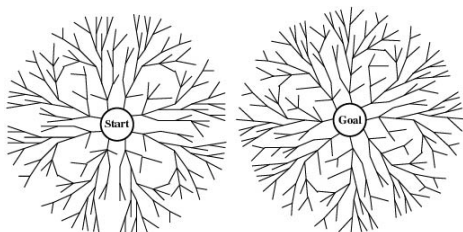
- ricerca *in avanti* o *guidata dai dati*: si esplora lo spazio di ricerca dallo stato iniziale allo stato obiettivo;
- ricerca *all'indietro* o *guidata dall'obiettivo*: si esplora lo spazio di ricerca a partire da uno stato goal e riconducendosi a sotto-goal fino a trovare uno stato iniziale.

Quale direzione?

- Conviene procedere nella direzione in cui il fattore di diramazione è minore
- Si preferisce ricerca all'indietro quando:
 - l'obiettivo è chiaramente definito (th. pr.) o si possono formulare una serie limitata di ipotesi;
 - i dati del problema non sono noti e la loro acquisizione può essere guidata dall'obiettivo
- Si preferisce ricerca in avanti quando:
 - gli obiettivi possibili sono molti (design)
 - abbiamo una serie di dati da cui partire

Ricerca bidirezionale

Si procede nelle due direzioni fino ad incontrarsi



Ricerca bidirezionale: analisi

- Complessità tempo: $O(b^{d/2})$
 (test intersezione in tempo costante, es. hash table)
- Complessità spazio: $O(b^{d/2})$
 (almeno tutti i nodi in una direzione in memoria, es usando BF)

NOTA: non sempre applicabile, es. predecessori non definiti, troppi stati obiettivo ...

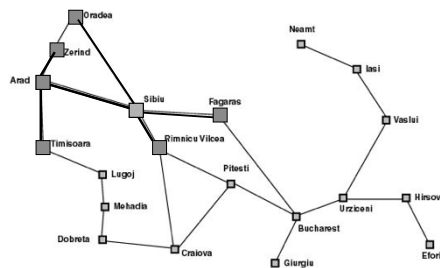
Confronto delle strategie (albero)

Criterio	BF	UC	DF	DL	ID	Bidir
Completa?	si	si(\wedge)	no	si (+)	si	si
Tempo	$O(b^d)$	$O(b^{1+C*/\epsilon})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Spazio	$O(b^d)$	$O(b^{1+C*/\epsilon})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Ottimale?	si(*)	si(\wedge)	no	no	si(*)	si

(*) se gli operatori hanno tutti lo stesso costo
 (\wedge) per costi degli archi $\geq \epsilon > 0$
 (+) per problemi per cui si conosce un limite alla profondità della soluzione (se $l > d$)

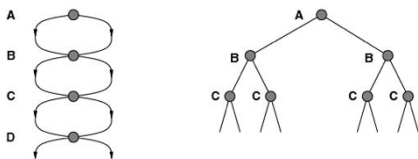
Ricerca su grafi: cammini ciclici

I cammini ciclici rendono gli alberi di ricerca infiniti

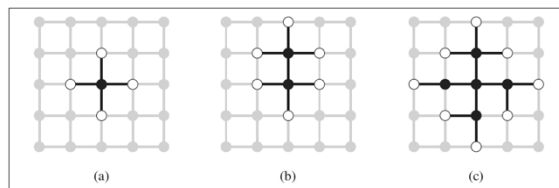


Ricerca su grafi: ridondanze

Su spazi di stati a grafo si generano più volte gli stessi nodi nella ricerca, anche in assenza di cicli.



Ridondanza nelle griglie



Visitare stati già visitati fa compiere lavoro inutile. Come evitarlo?

Compromesso tra spazio e tempo

- Ricordare gli stati già visitati occupa spazio ma ci consente di evitare di visitarli di nuovo
- *Gli algoritmi che dimenticano la propria storia sono destinati a ripeterla!*

Tre soluzioni

In ordine crescente di costo e di efficacia:

- Non tornare nello stato da cui si proviene: si elimina il genitore dai nodi successivi
- Non creare cammini con cicli: si controlla che i successori non siano antenati del nodo corrente
- Non generare nodi con stati già visitati: ogni nodo visitato deve essere tenuto in memoria per una complessità $O(s)$ dove s è il numero di stati possibili (*hash table*).

Ricerca su grafi

- Mantiene una lista dei nodi visitati (*lista chiusa*)
- Prima di espandere un nodo si controlla se lo stato era stato già incontrato prima
- Se questo succede, il nodo appena trovato non viene espanso
- Ottimale solo se abbiamo la garanzia che il costo del nuovo cammino non è maggiore

Ricerca sul grafo della Romania



- La ricerca su grafo esplora uno stato al più una volta
- La frontiera separa i nodi esplorati da quelli non esplorati

Ricerca-grafo in ampiezza

```
function Ricerca-Ampiezza-g (problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  if problema.Test-Obiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
  frontiera = una coda FIFO con nodo come unico elemento
  esplorati = insieme vuoto
loop do
  if Vuota?(frontiera) then return fallimento
  nodo = POP(frontiera); aggiungi nodo.Stato a esplorati
  for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
    figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
    if figlio.Stato non è in esplorati e non è in frontiera then
      if Problema.TestObiettivo(figlio.Stato) then return Soluzione(figlio)
      frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) /* in coda
```

Ricerca-grafo UC

```
function Ricerca-UC-G (problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  frontiera = una coda con priorità con nodo come unico elemento
  esplorati = insieme vuoto
loop do
  if Vuota?(frontiera) then return fallimento
  nodo = POP(frontiera);
  if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
  aggiungi nodo.Stato a esplorati
  for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
    figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
    if figlio.Stato non è in esplorati e non è in frontiera then
      frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) /* in coda con priorità
    else if figlio.Stato è in frontiera con Costo-cammino più alto then
      sostituisci quel nodo frontiera con figlio
```

Conclusioni

- Un agente per “problem solving” adotta un paradigma generale di risoluzione dei problemi:
 - Formula il problema
 - Ricerca la soluzione nello spazio degli stati
- Strategie “non informate” per la ricerca della soluzione
- Prossima volta: come si può ricercare meglio